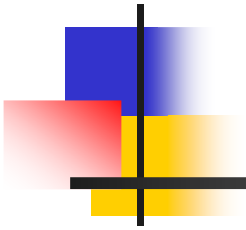


Máquinas Universais

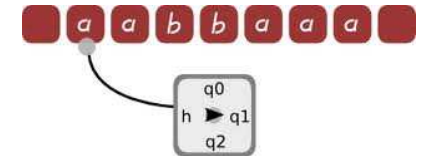
Máquina de *Turing*



Celso Olivete Júnior

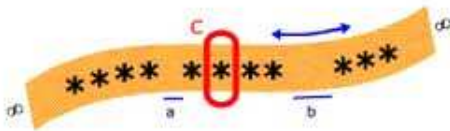
olivete@fct.unesp.br

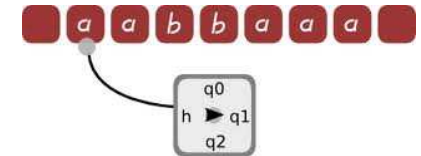
<http://www2.fct.unesp.br/docentes/dmec/olivete/>



Roteiro

- **Hipótese de Church - Turing**
- Máquinas Universais: Máquina de Turing
- Máquina de *Turing*: Noção como Máquina
- Máquina de *Turing*: Formas de Representação
- Máquina de *Turing*: Simulador e Estudo de Caso
- Bibliografia
- Lista de Exercícios

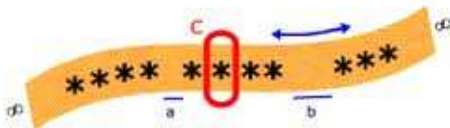


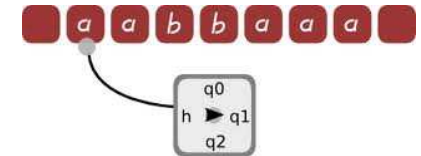


Roteiro

- **Hipótese de Church - Turing**
- Máquinas Universais: Máquina de Turing
- Máquina de *Turing*: Noção como Máquina
- Máquina de *Turing*: Formas de Representação
- Máquina de *Turing*: Simulador e Estudo de Caso
- Bibliografia
- Lista de Exercícios

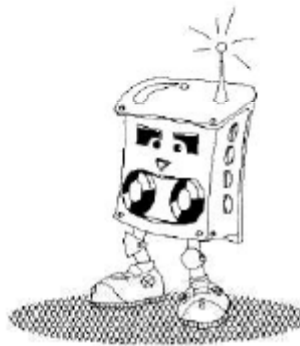
Itens 3.4.1 a 3.4.4 do Livro do Divério(2000)



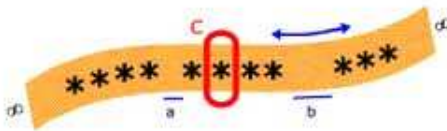


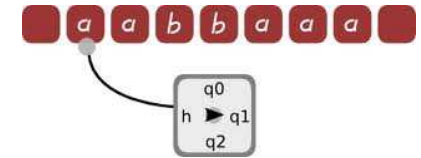
Máquinas Universais

■ Hipótese de Church - Turing



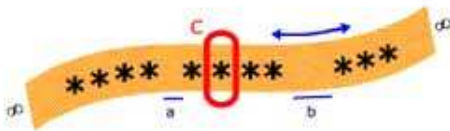
- Proposta por Alonzo Church (1903-1995), matemático norte-americano
- Conhecida como a Hipótese de Church-Turing (1936) – mesmo ano em que foi apresentada a Máquina de Turing

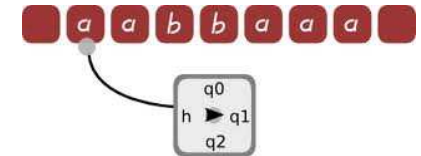




Hipótese de Church - Turing

- Turing propôs um **modelo** abstrato de computação, conhecido como Máquina de Turing, com o objetivo de **explorar os limites da capacidade de expressar soluções de problemas**.
- Trata-se, portanto, de uma proposta de definição formal da noção intuitiva de algoritmo.
- Diversos outros trabalhos, como Máquina de Post (Post - 1936) e Funções Recursivas (Kleene - 1936), bem como a Máquina Normal e o Autômato com Pilhas, resultaram em conceitos equivalentes ao de Turing.

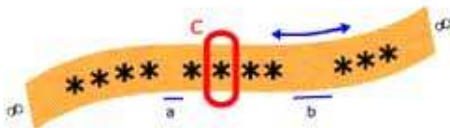


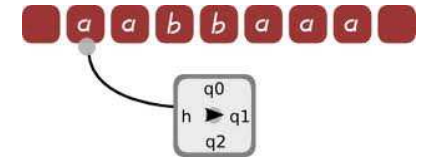


Hipótese de Church - Turing

- O fato de todos esses trabalhos independentes gerarem o mesmo resultado em termos de capacidade de expressar **computabilidade** é um forte reforço no que é conhecido como **Hipótese de Church** ou **Hipótese de Church-Turing**

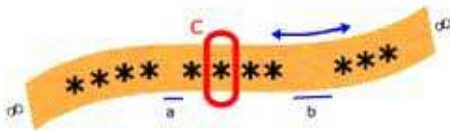
"A capacidade de computação representada pela Máquina de Turing é o limite máximo que pode ser atingido por qualquer dispositivo de computação"

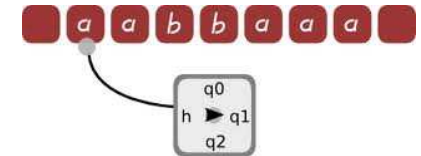




Hipótese de Church - Turing

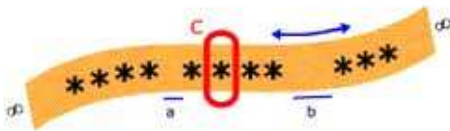
- Em outras palavras, a **Hipótese de Church** afirma que qualquer outra forma de expressar algoritmos terá, no máximo, a mesma capacidade computacional da Máquina de Turing.
- Como a noção de algoritmo ou função computável é intuitiva, a **Hipótese de Church** não é demonstrável.

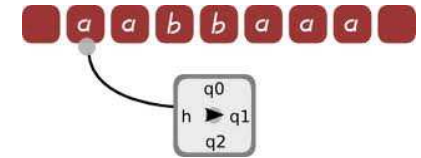




Hipótese de Church - Turing

- Afirma que qualquer função computável pode ser processada por uma Máquina de Turing, que existe um algoritmo expresso na forma de Máquina de Turing capaz de processar a função.
- Como a noção intuitiva de algoritmo não é matematicamente precisa, é impossível formalizar uma demonstração de que a Máquina de Turing é, efetivamente, o mais genérico dispositivo de computação.



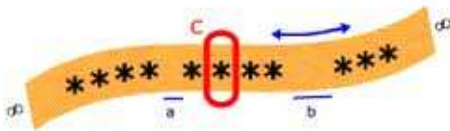


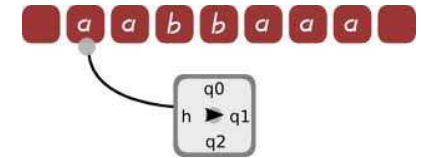
Hipótese de Church - Turing

- Supondo verdadeira a Hipótese de Church, pode-se afirmar que para:

a) Função Computável: É possível construir uma Máquina de Turing (ou formalismo equivalente) que compute a função;

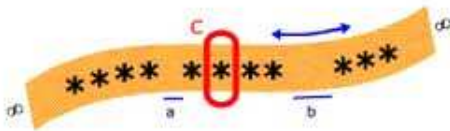
b) Função Não-Computável: Não existe Máquina de Turing (ou formalismo equivalente) que compute a função.

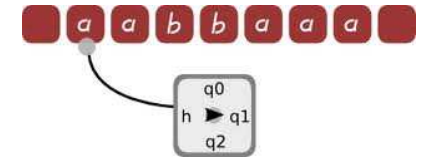




Roteiro

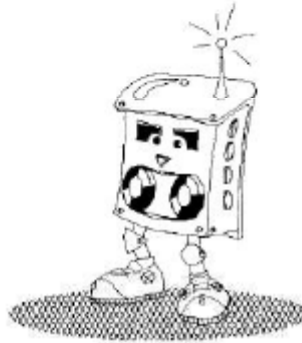
- Hipótese de Church - Turing
- **Máquinas Universais: Máquina de Turing**
- Máquina de *Turing*: Noção como Máquina
- Máquina de *Turing*: Formas de Representação
- Máquina de *Turing*: Simulador e Estudo de Caso
- Bibliografia
- Lista de Exercícios



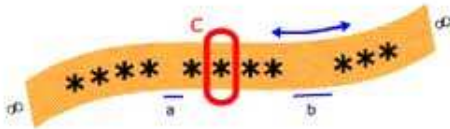


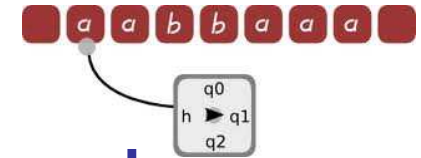
Máquinas Universais

- Máquina de Turing



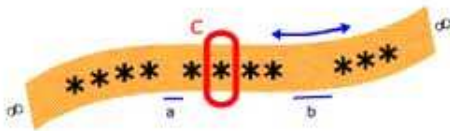
- Proposta por Alan Turing em 1936
- É universalmente conhecida e aceita como formalização de algoritmo.

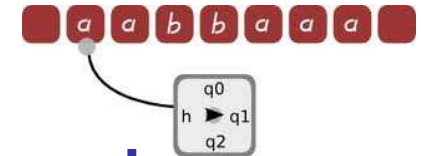




Máquinas Universais: Máquina de Turing

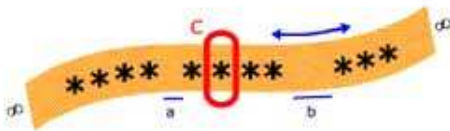
- Trata-se de um mecanismo simples que formaliza a ideia de uma pessoa que realiza cálculos;
- Possui, no mínimo, o mesmo poder computacional de qualquer computador de propósito geral;
- Não constitui em si uma máquina, mas sim um programa para uma máquina universal.

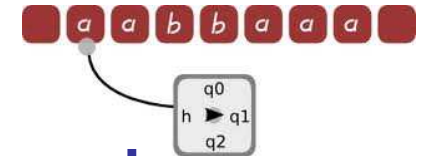




Máquinas Universais: Máquina de Turing

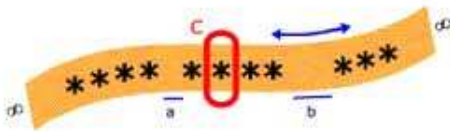
- O ponto de partida de *Turing* foi analisar a situação na qual uma **pessoa**, equipada com um instrumento de **escrita** e um **apagador**, realiza **cálculos** em uma **folha** de **papel organizada** em **quadrados**.
- Inicialmente, a folha de **papel** contém somente os **dados iniciais** do problema.

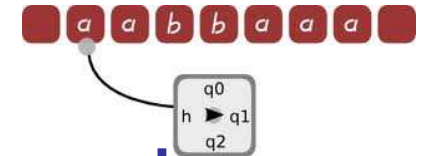




Máquinas Universais: Máquina de Turing

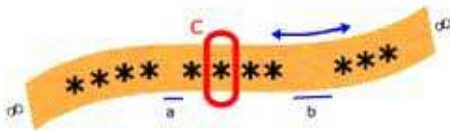
- O trabalho da pessoa pode ser resumido em sequências de operações simples:
 - Ler um símbolo de um quadrado
 - Alterar um símbolo em um quadrado
 - Mover os olhos para outro quadrado (esquerda ou direita)
 - Quando é encontrada alguma representação satisfatória para a resposta desejada, a pessoa termina seus cálculos.

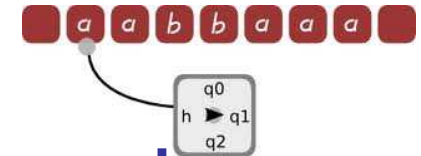




Máquinas Universais : Máquina de Turing

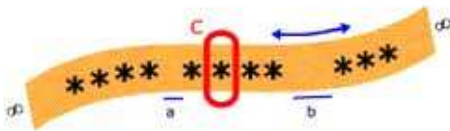
- Para viabilizar esse procedimento, as seguintes hipóteses são aceitáveis:
 - a natureza bidimensional do papel não é um requisito essencial para os cálculos.
 - é assumido que o papel consiste de uma fita infinita organizada em quadrados (células).
 - conjunto de símbolos é finito.

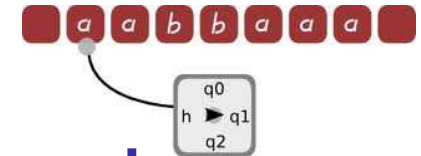




Máquinas Universais : Máquina de Turing

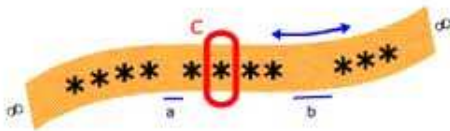
- Para viabilizar esse procedimento, as seguintes hipóteses são aceitáveis:
 - conjunto de estados da mente da pessoa durante o processo de cálculo é finito.
 - existem dois estados em particular: **estado inicial** e **estado final**, correspondendo ao **início** e ao **fim** dos cálculos, respectivamente.

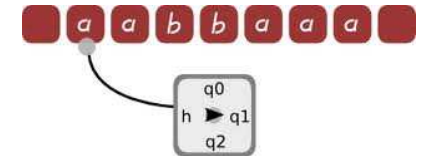




Máquinas Universais: Máquina de Turing

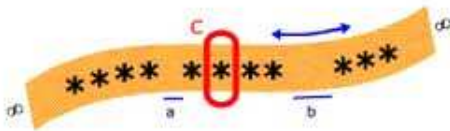
- Para viabilizar esse procedimento, as seguintes hipóteses são aceitáveis:
 - comportamento da pessoa a cada momento é determinado somente pelo seu **estado presente** e pelo **símbolo** para o qual sua atenção está voltada.
 - a pessoa é capaz de **observar** e **alterar** o símbolo de apenas **um quadrado de cada vez**, bem como de **transferir** sua **atenção** somente **para um dos quadrados adjacentes**.

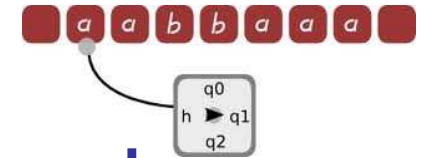




Roteiro

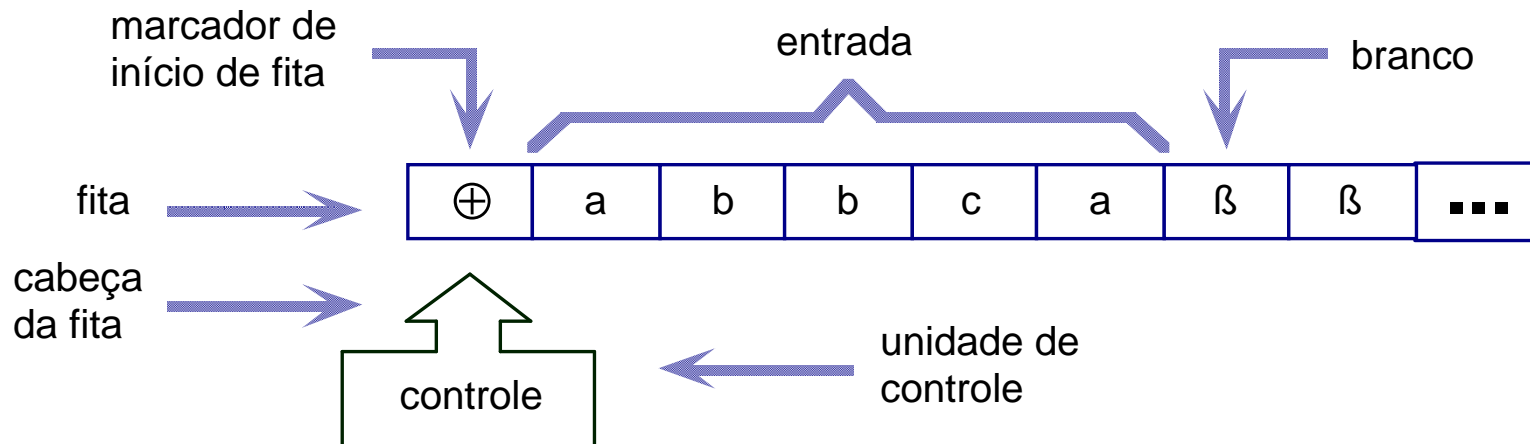
- Hipótese de Church - Turing
- Máquinas Universais: Máquina de *Turing*
- **Máquina de *Turing*: Noção como Máquina**
- Máquina de *Turing*: Formas de Representação
- Máquina de *Turing*: Simulador – Estudo de Caso: MT como Reconhecedor de Linguagem
- Bibliografia
- Lista de Exercícios



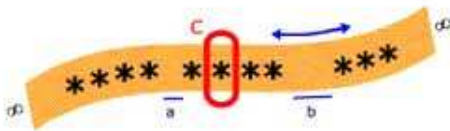


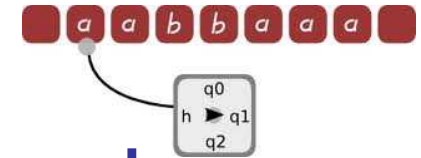
Máquinas Universais: Máquina de Turing

■ Noção como Máquina

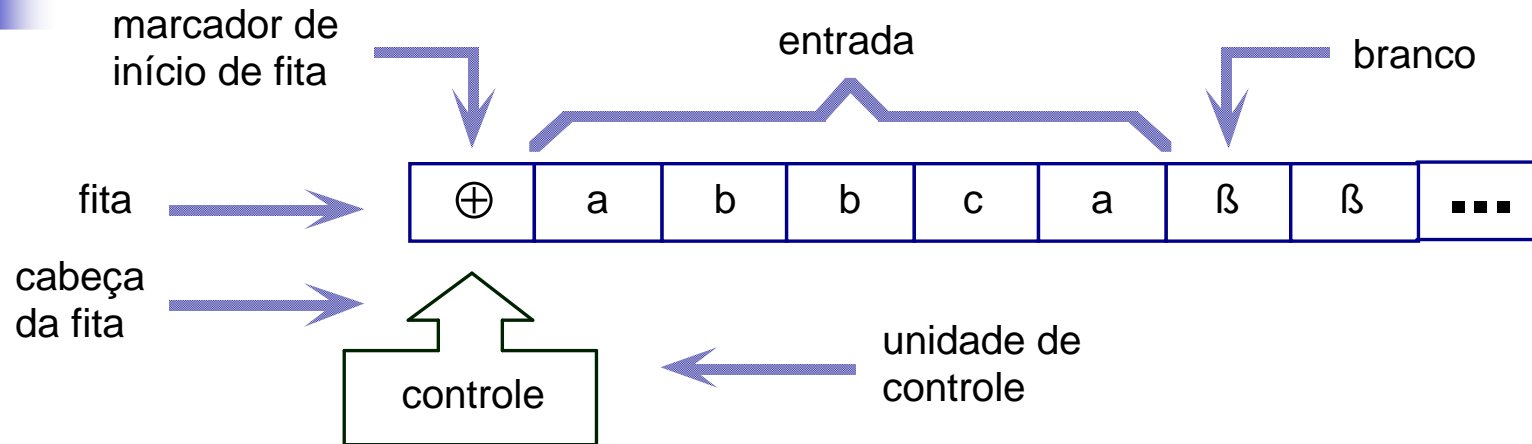


- **Fita:** usada simultaneamente como dispositivo de entrada, de saída e de memória de trabalho

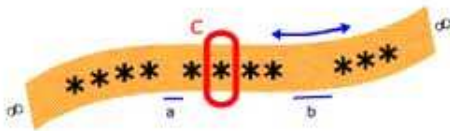


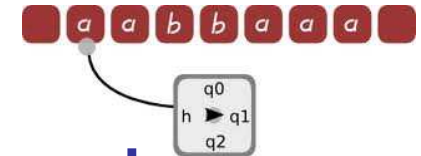


Máquinas Universais: Máquina de Turing

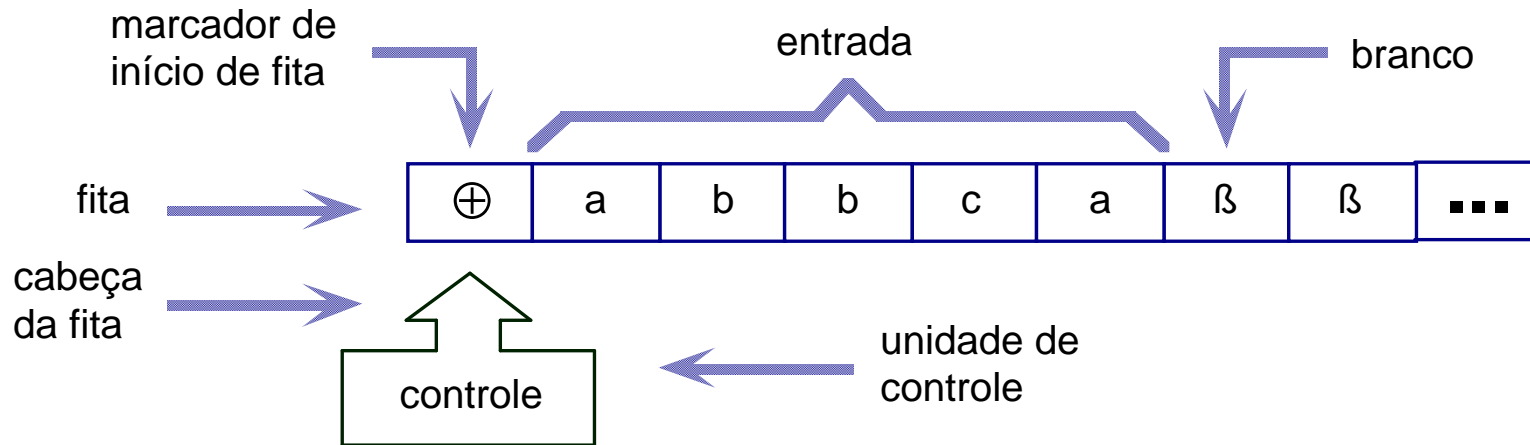


- **Unidade de Controle:** reflete o estado corrente da máquina. Possui uma unidade de leitura/gravação, na qual acessa uma célula de cada vez e movimenta-se para a esquerda ou direita

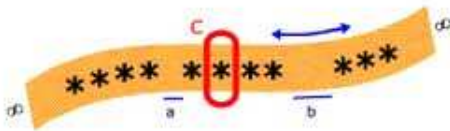


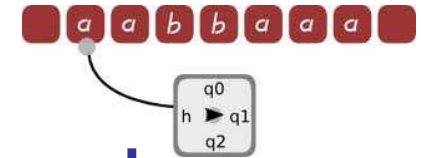


Máquinas Universais: Máquina de Turing

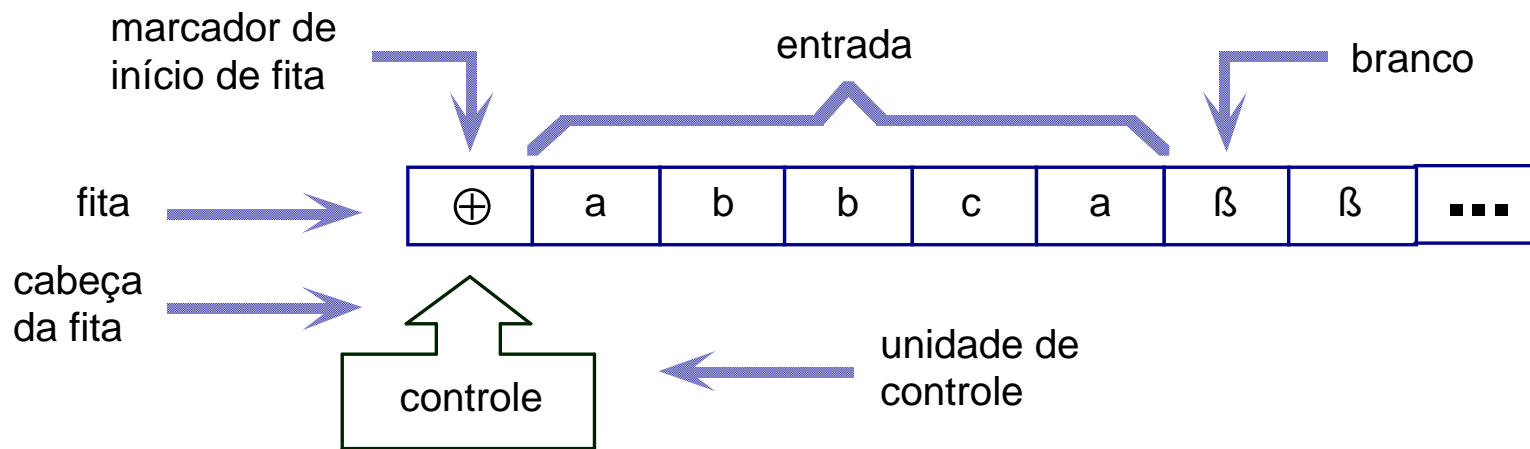


- **Programa** ou **Função de Transição**: define o estado da máquina, comanda as leituras/gravações e o sentido de movimento da cabeça



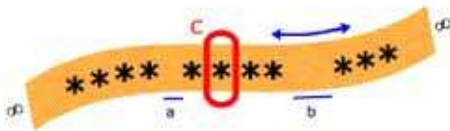


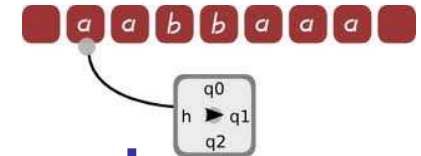
Máquinas Universais: Máquina de Turing



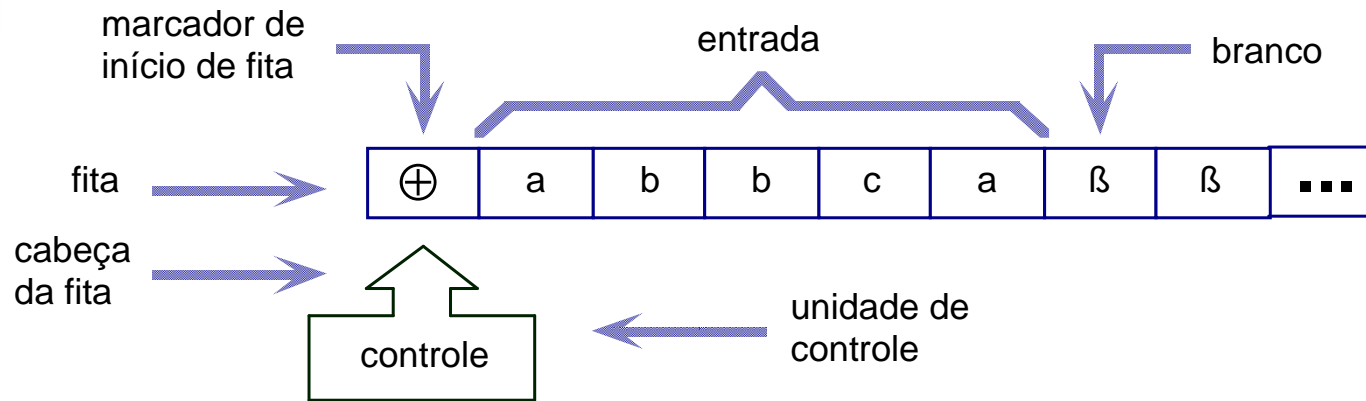
■ Fita

- É finita à esquerda e infinita (tão grande quanto necessário) à direita, sendo dividida em células, cada uma das quais armazenando um símbolo.

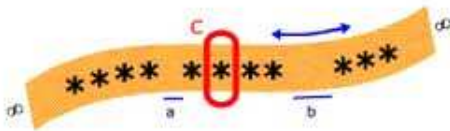


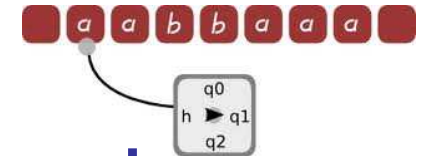


Máquinas Universais: Máquina de Turing

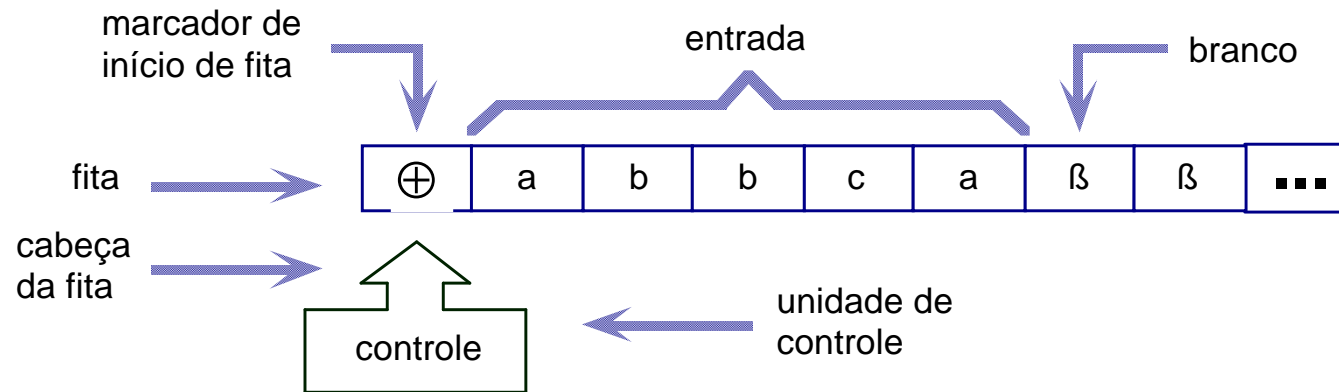


- Os símbolos podem pertencer:
 - ao alfabeto de entrada,
 - ao alfabeto auxiliar
 - β branco
 - \oplus marcador de início de fita
- Inicialmente, a palavra a ser processada ocupa as células mais à esquerda, após o marcador de início de fita, ficando as demais com *branco*.

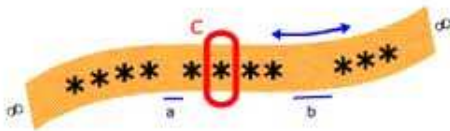


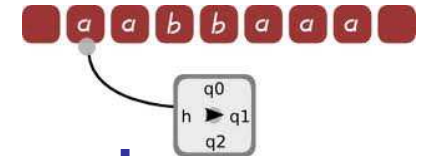


Máquinas Universais: Máquina de Turing

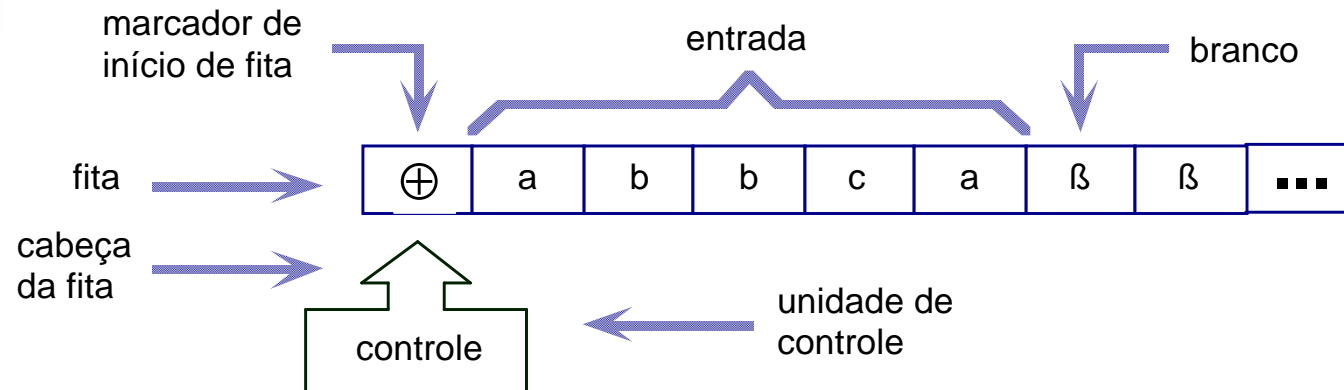


- **símbolo de início de fita** ocorre exatamente uma vez e sempre na célula mais à esquerda da fita, auxiliando na identificação de que a cabeça da fita se encontra inicialmente na célula mais à esquerda da fita



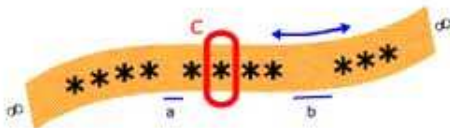


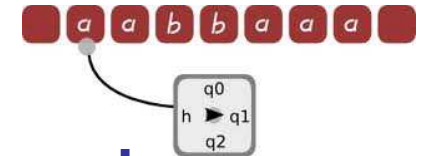
Máquinas Universais: Máquina de Turing



■ Unidade de Controle

- Possui um número finito e predefinido de estados
- A cabeça da fita lê o símbolo de uma célula de cada vez e grava um novo símbolo. Após a leitura/gravação (a gravação é realizada na mesma célula de leitura), a cabeça move-se uma célula para a direita ou esquerda
- O símbolo gravado e o sentido do movimento são definidos pelo programa

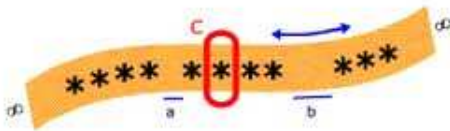


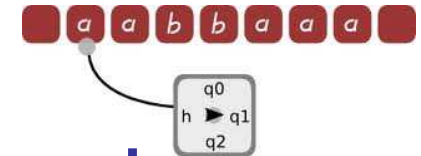


Máquinas Universais: Máquina de Turing

■ Programa ou Função de Transição

- É uma função que, dependendo do **estado corrente** da máquina e do **símbolo lido**, determina o **símbolo a ser gravado**, o **sentido do movimento da cabeça** e o **novo estado**





Máquinas Universais: Máquina de Turing

Máquina de Turing é uma 8-upla:

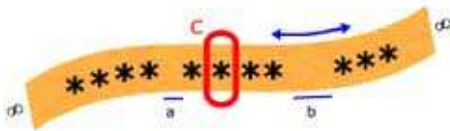
$$M = (\Sigma, Q, \Pi, q_0, F, V, \beta, \oplus)$$

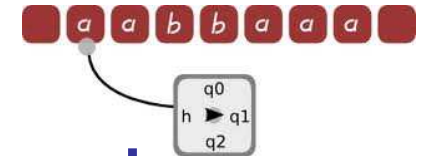
Σ alfabeto de símbolos de entrada

Q conjunto de estados possíveis da máquina, o qual é finito;

Π programa ou função de transição: (é uma função parcial)

$$\Pi: Q \times (\Sigma \cup V \cup \{ \beta, \oplus \}) \rightarrow Q \times (\Sigma \cup V \cup \{ \beta, \oplus \}) \times \{ E, D \}$$





Máquinas Universais: Máquina de Turing

$$M = (\Sigma, Q, \Pi, q_0, F, V, \beta, \oplus)$$

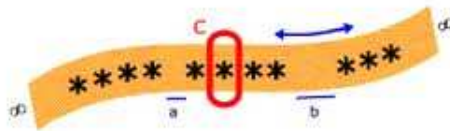
q_0 estado inicial da máquina, tal que q_0 é elemento de Q

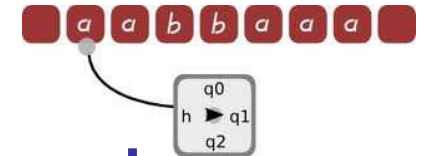
F conjunto de estados finais, tal que F está contido em Q

V alfabeto auxiliar

β símbolo especial branco

\oplus símbolo especial marcador de início da fita.





Máquinas Universais: Máquina de Turing

Modelo Formal

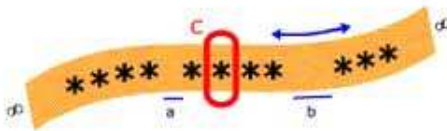
- A **função programa** considera:

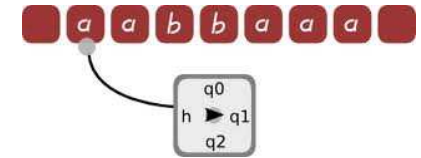
- estado corrente $p \in Q$,
- símbolo lido da fita $a_u \in (\Sigma \cup V \cup \{ \beta, \oplus \})$

Alfabeto auxiliar

- para determinar:

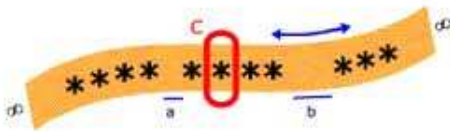
- novo estado $q \in Q$,
- símbolo a ser gravado $a_v \in (\Sigma \cup V \cup \{ \beta, \oplus \})$
- sentido de movimento da cabeça esquerda (E) e direita (D)
 $m \in \{E, D\}$

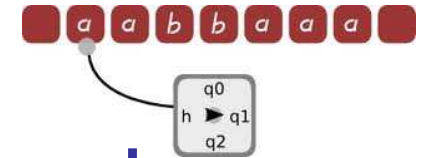




Roteiro

- Hipótese de Church - Turing
- Máquinas Universais: Máquina de *Turing*
- Máquina de *Turing*: Noção como Máquina
- **Máquina de *Turing*: Formas de Representação**
- Máquina de *Turing*: Simulador – Estudo de Caso: MT como Reconhecedor de Linguagem
- Bibliografia
- Lista de Exercícios

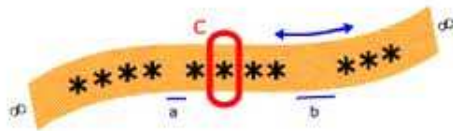
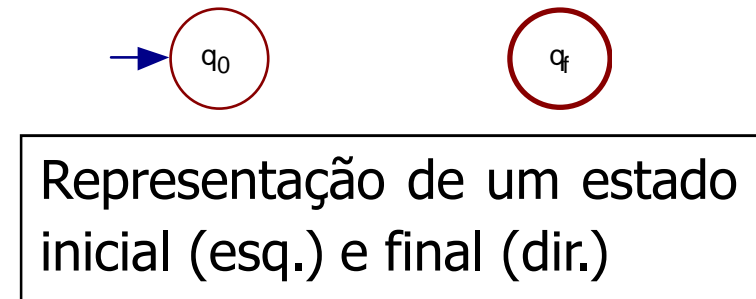
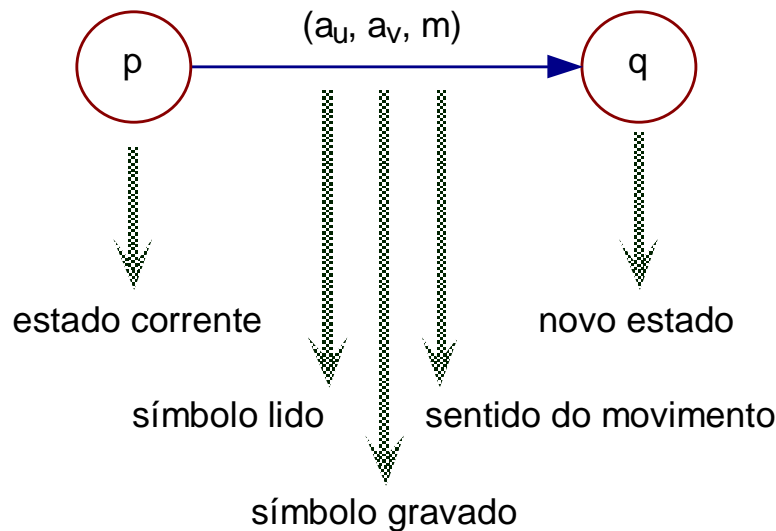


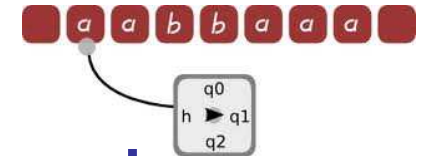


Máquinas Universais: Máquina de Turing

- Programa pode ser interpretado como um **grafo**

$$\Pi(p, a_u) = (q, a_v, m) \rightarrow \Pi(\text{estado_atual}, \text{simb_lido}) = (\text{novo_estado}, \text{simb_gravado}, \text{sentido movimento})$$





Máquinas Universais: Máquina de Turing

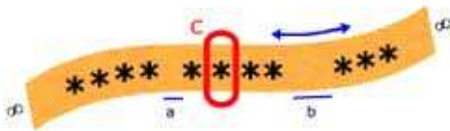
- Programa em forma de **tabela de transições**

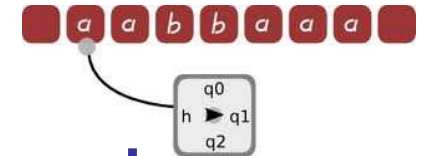
$$\Pi(p, a_u) = (q, a_v, m)$$

Símbolos lidos
 $\Sigma \cup V \cup \beta \cup \oplus \}$

estados

Π	\oplus	...	a_u	...	a_v	...	β
p			(q, a_v, m)				
q							
...							





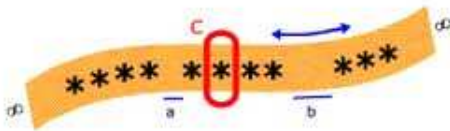
Máquinas Universais: Máquina de Turing

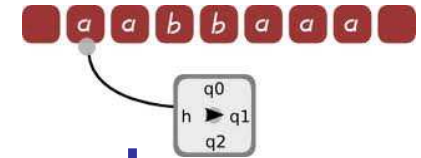
- O processamento de uma Máquina de Turing

$$M = (\Sigma, Q, \Pi, q_0, F, V, \beta, \oplus)$$

com uma palavra de entrada $w \rightarrow$ consiste na sucessiva aplicação da função programa, a partir do estado inicial q_0 e da cabeça posicionada na célula mais à esquerda da fita até ocorrer uma condição de parada.

- processamento de M para a entrada w pode parar ou ficar em *loop* infinito.
- A parada pode ser de duas maneiras: **aceitando** ou **rejeitando** a entrada w .





Máquinas Universais: Máquina de Turing

■ As condições de parada são as seguintes:

■ *Estado Final*

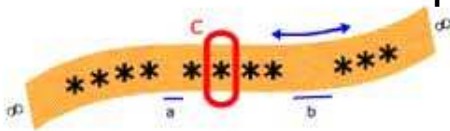
- A máquina assume um estado final: a máquina para, e a palavra de entrada é aceita;

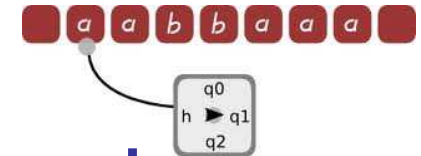
■ *Função Indefinida*

- A função programa é indefinida para o argumento (símbolo lido e estado corrente): a máquina para, e a palavra de entrada é rejeitada;

■ *Movimento Inválido*

- O argumento corrente da função programa define um movimento à esquerda e a cabeça da fita já se encontra na célula mais à esquerda: a máquina para, e a palavra de entrada é rejeitada.



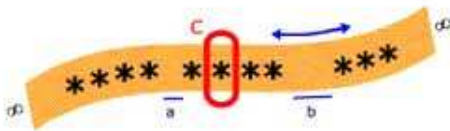


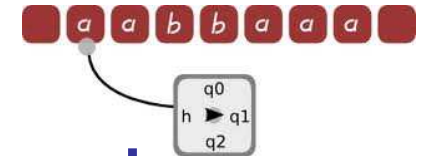
Máquinas Universais: Máquina de Turing

- Máquinas de Turing como Reconhedores de Linguagens

- Objetivos

- determinar se uma determinada palavra sobre o alfabeto de entrada pertence ou não a uma certa linguagem.





Máquinas Universais: Máquina de Turing

Seja $M = (\Sigma, Q, \Pi, q_0, F, V, \beta, \oplus)$ uma Máquina de Turing.

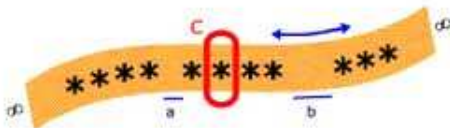
- a) A linguagem aceita por M , denotada por $ACEITA(M)$ ou $L(M)$, é o conjunto de todas as palavras pertencentes a Σ^* aceitas por M , ou seja:

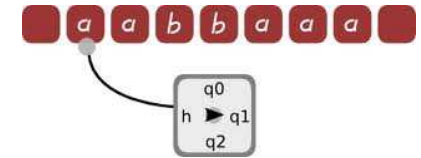
$$ACEITA(M) = \{w \mid M \text{ ao processar } w \in \Sigma^*, \text{ para em um estado } q_f \in F\}$$

- b) A linguagem rejeitada por M , denotada por $REJEITA(M)$, é o conjunto de todas as palavras do Σ^* rejeitadas por M , ou seja:

$$REJEITA(M) = \{w \mid M \text{ ao processar } w \in \Sigma^*, \text{ para em um estado } q \notin F\}$$

- c) A linguagem para a qual M fica em **loop infinito**, denotada por $LOOP(M)$ é o conjunto de todas as palavras de Σ^* para as quais M fica processando indefinidamente.

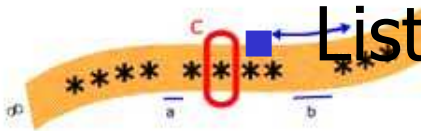


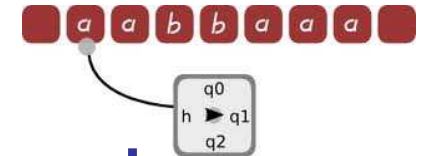


Roteiro

- Hipótese de Church - Turing
- Máquinas Universais: Máquina de *Turing*
- Máquina de *Turing*: Noção como Máquina
- Máquina de *Turing*: Formas de Representação
- **Máquina de *Turing*: Simulador – Estudo de Caso: MT como Reconhecedor de Linguagem**
- Bibliografia

Lista de Exercícios

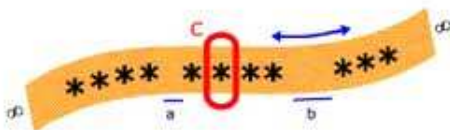
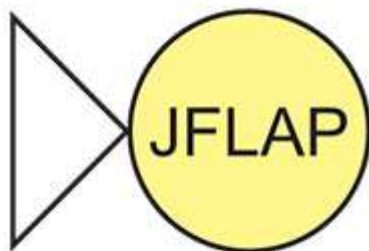




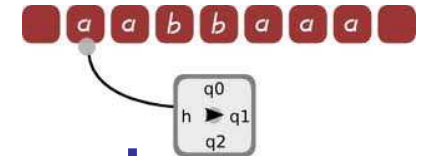
Máquinas Universais: Máquina de Turing

- Para simular a Máquina de *Turing* pode-se utilizar o software JFLAP

- Download: <http://jflap.org/>

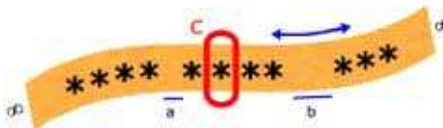
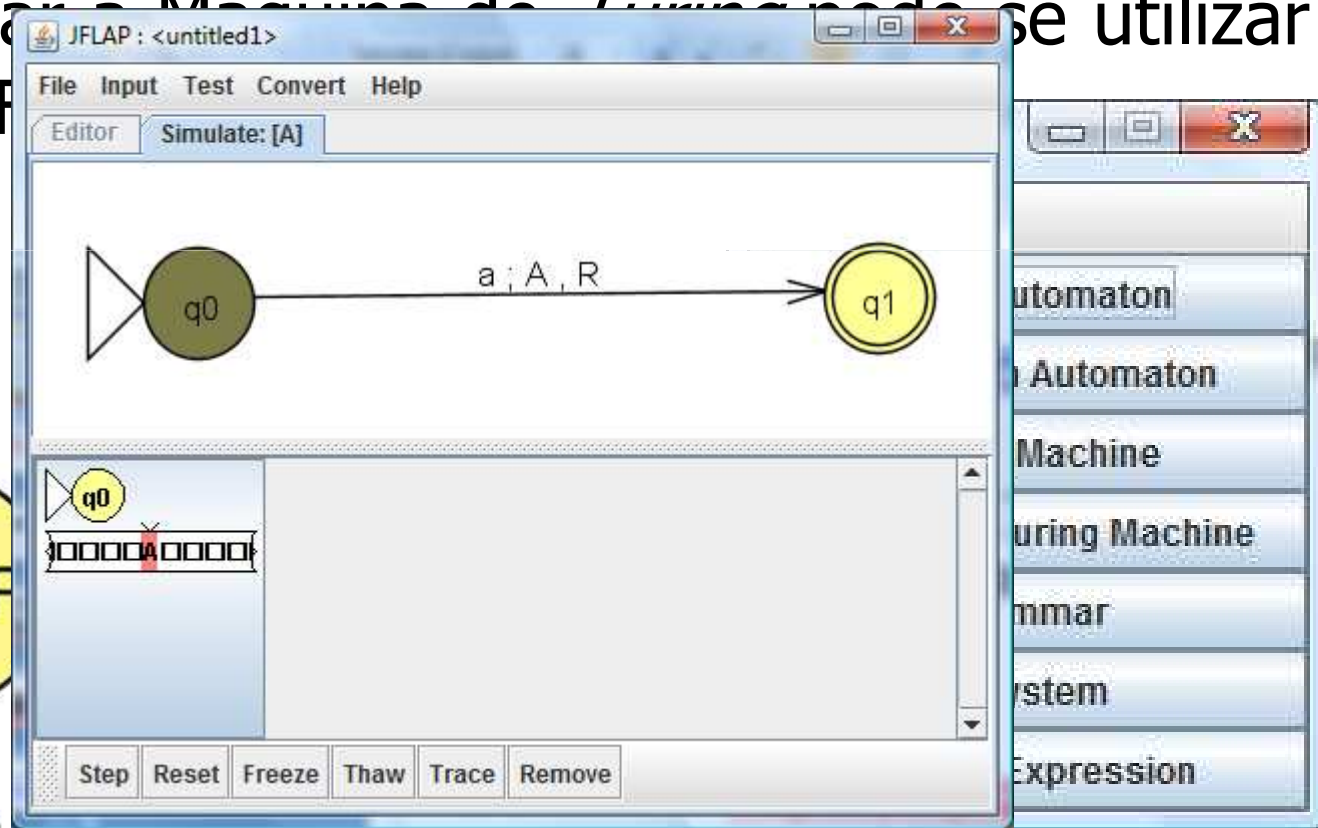
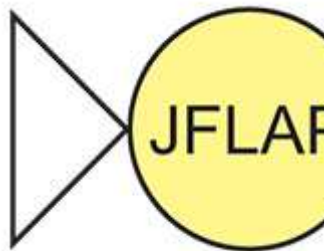


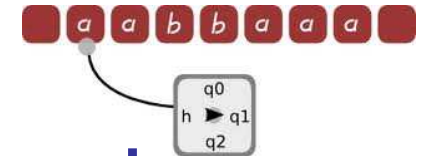
Máquinas Universais: Máquina de Turing



- Para simular a Máquina de Turing pode-se utilizar o software JFLAP

- Download:





Máquinas Universais: Máquina de Turing

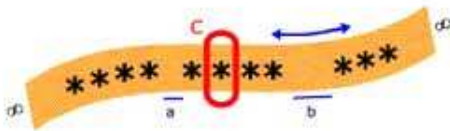
■ Exemplo: Duplo Balanceamento

- Considerando a linguagem:

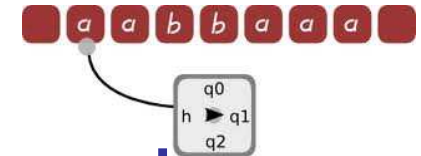
$$\text{Duplo_Bal} = \{ a^n b^n \mid n \geq 0 \}$$

- A Máquina de Turing:

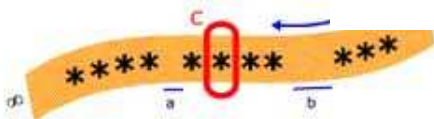
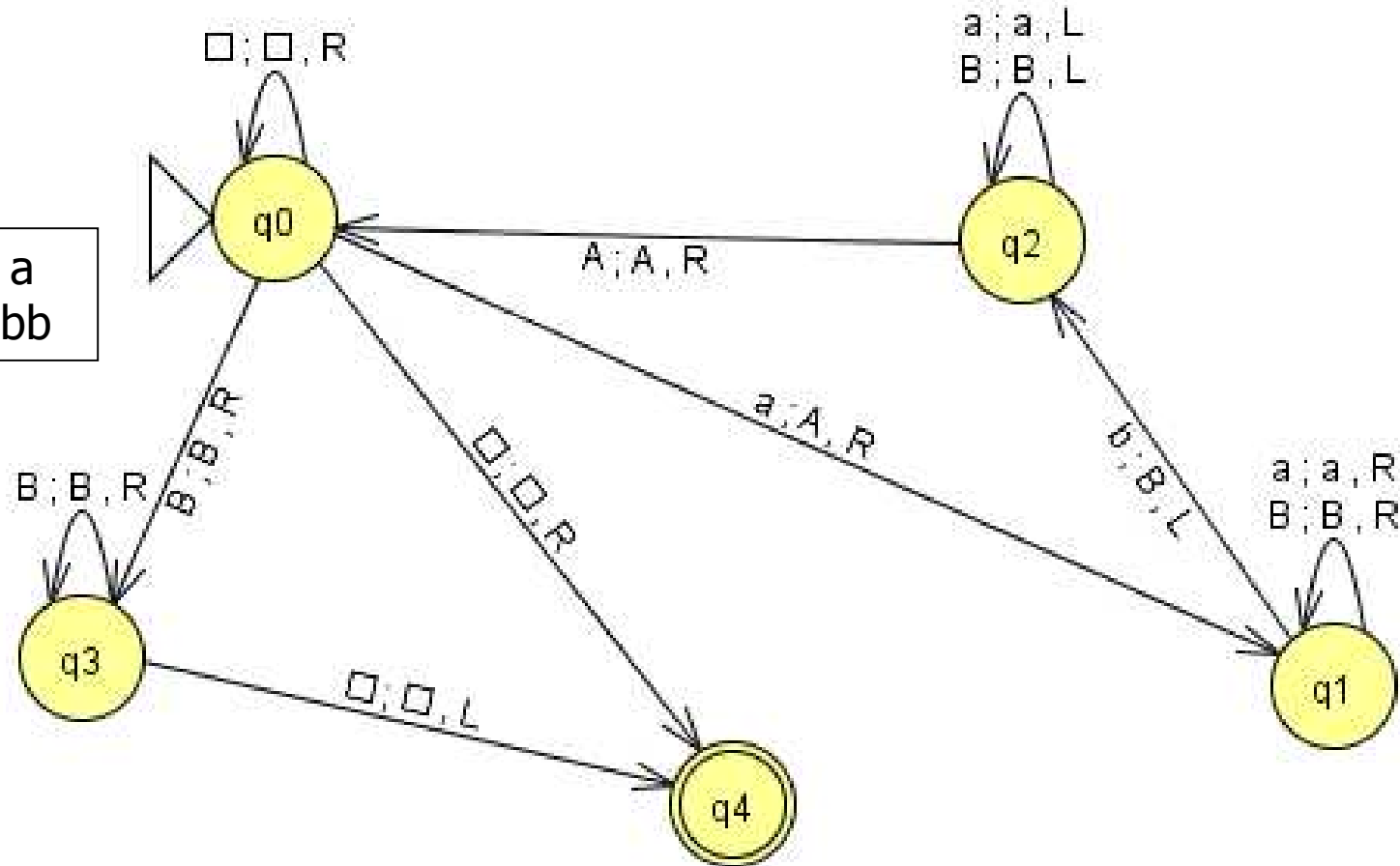
$$\text{MT_Duplo_Bal} = (\{a, b\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \Pi, q_0, \{q_4\}, \{A, B\}, \beta, \oplus)$$



Máquinas Universais : Máquina de Turing

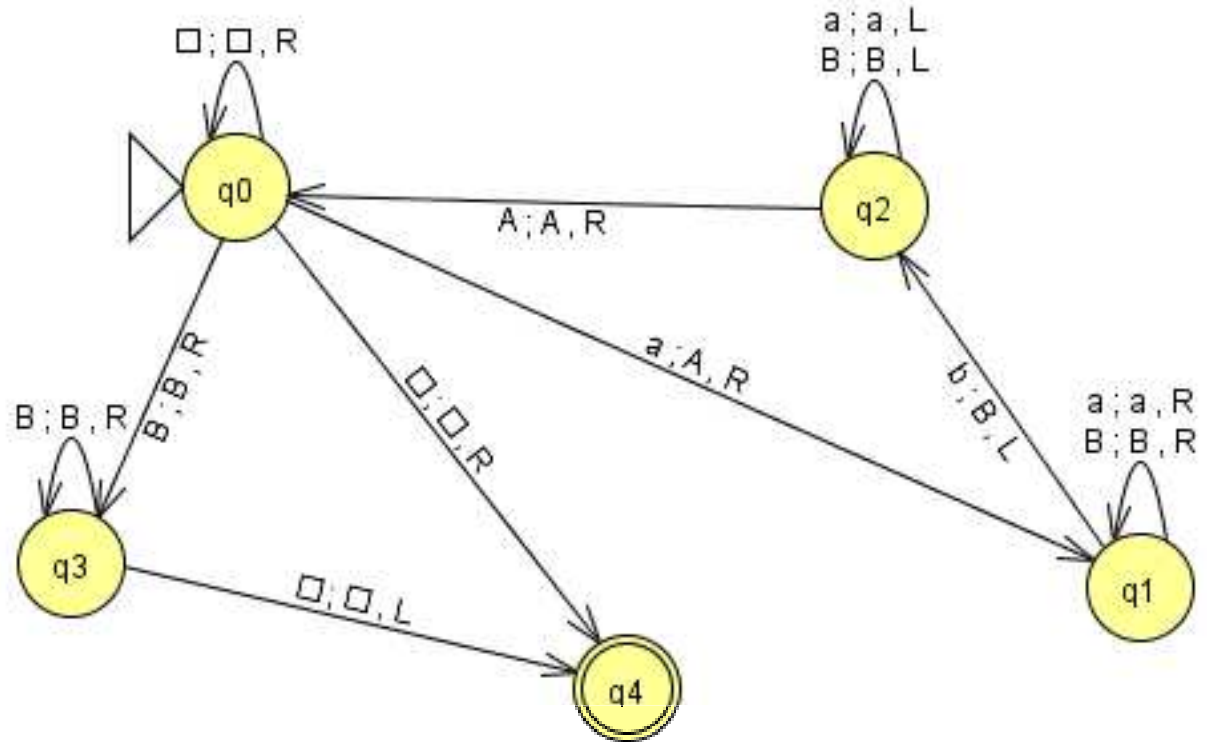


Duplo_Bal para a entrada $w = aabb$

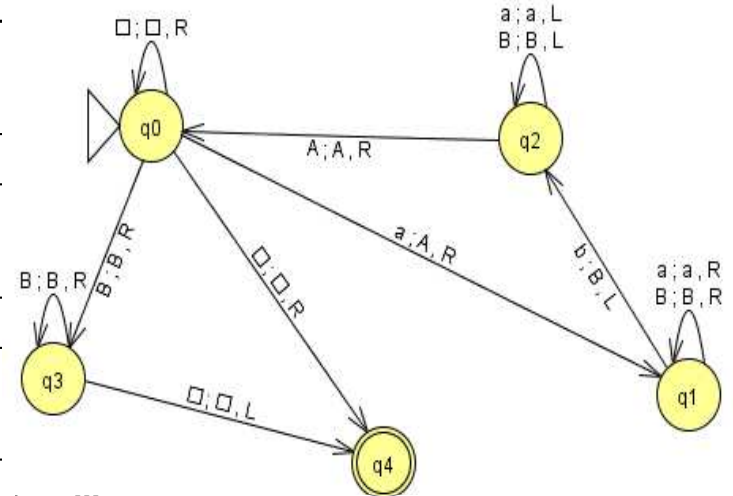
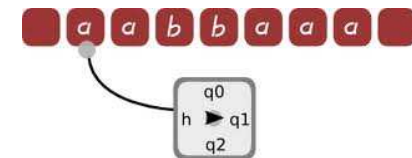
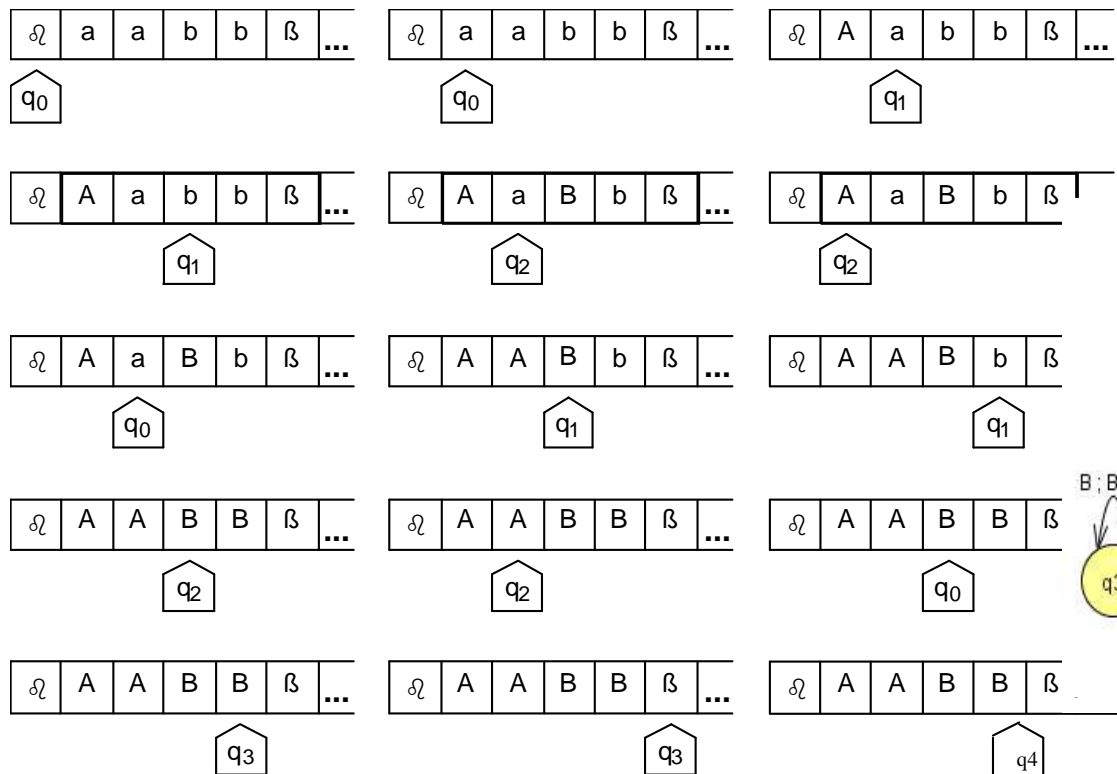


Máquina Turing

Duplo_Bal para a entrada $w = aabb$

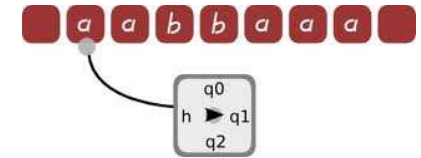


Π	\odot	a	b	A	B	β
Q_0	(q_0, \odot, D)	(q_1, A, D)			(q_3, B, D)	(q_4, β, D)
q_1		(q_1, a, D)	(q_2, B, E)		(q_1, B, D)	
q_2		(q_2, a, E)		(q_0, A, D)	(q_2, B, E)	
q_3					(q_3, B, D)	(q_4, β, E)
q_4						



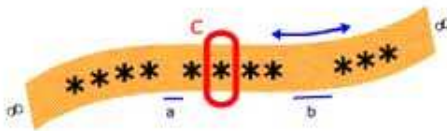
- O programa reconhece o primeiro símbolo **a**, o qual é marcado como **A**, e movimenta a cabeça da fita para a direita, procurando o **b** correspondente, o qual é marcado como **B**.
- Esse ciclo é repetido sucessivamente até identificar, para cada **a**, o seu correspondente **b**.
- Programa garante que qualquer outra palavra que não esteja na forma $a^n b^n$ é rejeitada.
- Note que o símbolo de início de fita não tem influência na solução.

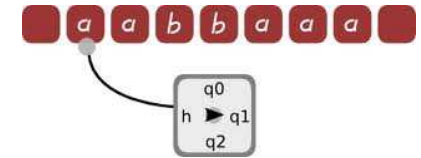




Máquina de Turing – Duplo Balanceamento

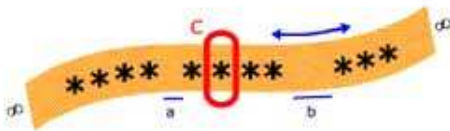
- Esta linguagem é um exemplo clássico e de fundamental importância no estudo das linguagens, pois permite estabelecer analogia com linguagens que possuem duplo balanceamento em sua estrutura como, por exemplo:
 - Linguagens bloco-estruturadas do tipo **BEGIN n END n** , como a linguagem de programação Pascal;
 - Linguagens com parênteses balanceados na forma **(n) n** , como as expressões aritméticas, presentes na maioria das linguagens de programação.

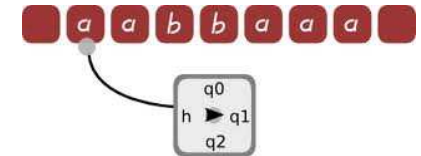




Roteiro

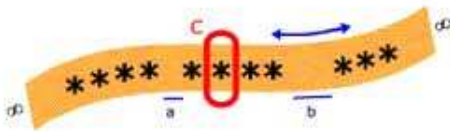
- Hipótese de Church - Turing
- Máquinas Universais: Máquina de *Turing*
- Máquina de *Turing*: Noção como Máquina
- Máquina de *Turing*: Formas de Representação
- Máquina de *Turing*: Simulador – Estudo de Caso: MT como Reconhecedor de Linguagem
- **Bibliografia**
- Lista de Exercícios

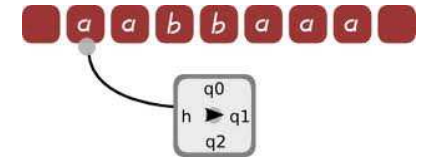




Bibliografia

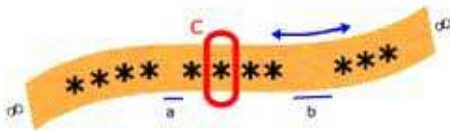
- AHO, A. V., ULLMAN, J.D. e MOTWANI, R. ***Introdução à Teoria de Autômatos, Linguagens e Computação***, Editora Campus, 2003.
- DIVERIO, T. A.; MENEZES, P. B. ***Teoria da Computação: Máquinas Universais e Computabilidade***. Porto Alegre: Sagra-Luzzatto, 2000.
- HOPCROFT, J. E.; ULLMAN, J. D.; MOTWANI, R. ***Introdução à Teoria de Autômatos, Linguagens e Computação***. Rio de Janeiro: Elsevier, 2002.

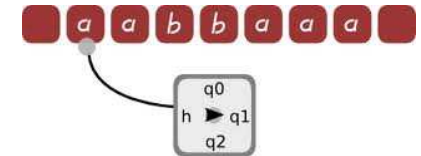




Roteiro

- Hipótese de Church - Turing
- Máquinas Universais: Máquina de *Turing*
- Máquina de *Turing*: Noção como Máquina
- Máquina de *Turing*: Formas de Representação
- Máquina de *Turing*: Simulador – Estudo de Caso: MT como Reconhecedor de Linguagem
- Bibliografia
- **Lista de Exercícios**





Lista de Exercícios

- Projete uma Máquina de *Turing* para reconhecer o conjunto de todas as cadeias de 0's e 1's terminando por 00 $L = \{(0,1)^*00\}$ de forma que você pode usar uma Máquina de *Turing* que não altera os símbolos da fita e sempre move a direita.
- Projete uma Máquina de *Turing* para reconhecer o conjunto de todas as cadeias de entrada representada pela linguagem $L = \{(00,1)^*01\}$ de forma que você pode usar uma Máquina de *Turing* que não altera os símbolos da fita e sempre move a direita.
- Exercício 3.5 do Livro: Teoria da Computação (Tiarajú Divério)

