



# Compiladores

## Aula 09

**Celso Olivete Júnior**

**`olivete@fct.unesp.br`**



# Análise sintática ascendente

- ❑ *Bottom-up*, ascendente ou redutiva
  - ❑ Analisadores de precedência de operadores
  - ❑ Analisadores LR
    - ❑ SLR: *Simple LR*
    - ❑ LR Canônico
    - ❑ *Look Ahead LR*: LALR



# Análise sintática ascendente

## precedência de operadores

- ❑ Simples e eficiente
- ❑ Aplicada, principalmente, para o reconhecimento de expressões
- ❑ Subclasse de gramáticas
  - Gramáticas de (precedência de) operadores
    1. Não há símbolos não-terminais adjacentes
    2. Não há produções que derivam a cadeia nula



# Análise sintática ascendente

## precedência de operadores

- ❑ Exemplo: a gramática abaixo não é de precedência de operadores – três não-terminais consecutivos do lado direito

$$\langle E \rangle ::= \langle E \rangle \langle O \rangle \langle E \rangle \mid (\langle E \rangle) \mid id$$
$$\langle O \rangle ::= + \mid -$$

- ❑ Transformando-a em gramática de operadores:

$$\langle E \rangle ::= \langle E \rangle + \langle E \rangle \mid \langle E \rangle - \langle E \rangle \mid (\langle E \rangle) \mid id$$



# Análise sintática ascendente

## precedência de operadores

- ❑ Para identificar os *handles* (substituições), utilizam-se relações de precedência existentes entre os símbolos terminais (operandos e operadores) em uma **tabela sintática** (ou de precedência)

➤  $<$ ,  $>$  e  $=$

### 1. Relações de precedência → Considere os terminais $a$ e $b$

- 1.1.  $a < b$  significa que  $a$  tem precedência menor do que  $b$
- 1.2.  $a = b$  significa que  $a$  e  $b$  têm a mesma precedência
- 1.3.  $a > b$  significa que  $a$  tem precedência maior do que  $b$

### 2. Durante a análise ascendente, na **pilha**:

- 2.1.  $<$  identifica o limite esquerdo do lado direito do *handle*
- 2.2.  $=$  indica que os terminais envolvidos pertencem ao mesmo *handle*
- 2.3.  $>$  identifica o limite direito do lado direito do *handle*

# Análise sintática ascendente

## precedência de operadores

❑ Tabela sintática → usando precedência de operadores

- ❑ Matriz quadrada que relaciona todos os terminais da gramática e o símbolo delimitador utilizado (\$ ou  $\lambda$  ou  $\epsilon$ )
  - ❑ Primeira linha da tabela: terminais da cadeia sendo analisada
  - ❑ Primeira coluna da tabela: terminais do topo da pilha

	id	+	*	\$	
id		>	>	>	→ cadeia
+	<	>	<	>	
*	<	>	>	>	
\$	<	<	<	ok	

↓ pilha



# Análise sintática ascendente

## precedência de operadores

- ❑ Regras para o uso da tabela sintática
- ❑ Seja **a** o terminal mais ao topo da pilha (os não-terminais são ignorados) e **b** o primeiro terminal da cadeia sendo analisada
  1. Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha b**
  2. Se  $a > b$ , então se procura o **lado direito** do *handle* na pilha e o **substitui pelo seu lado esquerdo**
- ❑ O **lado direito** do *handle* estará **delimitado** na **pilha** pelos símbolos **<** e **>**
  - ❑ Os não terminais não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

1. Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então **empilha b**      **Obs: a→topo da pilha e b→terminal em análise**
2. Se  $a > b$ , então procura o **lado direito** do *handle* na pilha e o **substitui pelo seu lado esquerdo**
  - ❑ O **lado direito** do *handle* estará **delimitado** na **pilha** pelos símbolos **<** e **>**
    - ❑ Os **não terminais** não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

❑ **Exercício:**

**(id)**

$\langle E \rangle ::= \langle E \rangle / \langle T \rangle \mid \langle T \rangle$   
 $\langle T \rangle ::= \langle T \rangle \& \langle F \rangle \mid \langle F \rangle$   
 $\langle F \rangle ::= (\langle E \rangle) \mid \text{id}$

	id	/	&	(	)	\$
id		>	>		>	>
/	<	>	<	<	>	>
&	<	>	>	<	>	>
(	<	<	<	<	=	
)		>	>		>	>
\$	<	<	<	<		

Pilha	Cadeia	Regra
\$	(id)\$	
\$<	(id)\$	Empilha
\$<(	id)\$	Reduz
\$<<	id)\$	Empilha
\$<<id	)\$	Reduz
\$<<id>	)\$	Reduz
\$<(	)\$	Empilha
\$<(=)	\$	Reduz
\$<( )>	\$	Reduz
\$E	\$	<b>Aceito</b>









1. Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha b**      **Obs: a→topo da pilha e b→terminal em análise**
2. Se  $a > b$ , então se procura o **lado direito** do *handle* na pilha e o **substitui pelo seu lado esquerdo**
  - ❑ O **lado direito** do *handle* estará **delimitado** na **pilha** pelos símbolos **<** e **>**
    - ❑ Os **não terminais** não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

❑ Exemplo: expressões lógicas

```

<E> ::= <E>/<T> | <T>
<T> ::= <T>&<F> | <F>
<F> ::= (<E>) | id
  
```

	id	/	&	(	)	\$	→ cadeia
id		>	>		>	>	
/	<	>	<	<	>	>	
&	<	>	>	<	>	>	
(	<	<	<	<	=		
)		>	>		>	>	
\$	<	<	<	<			

↓ pilha

Pilha	Cadeia	Regra
\$	id&id/id\$	
\$<	id&id/id\$	Empilha
\$<id>	&id/id\$	Reduz
\$<	&id/id\$	Empilha

1. Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha**  $b$       **Obs:  $a \rightarrow$  topo da pilha e  $b \rightarrow$  terminal em análise**
2. Se  $a > b$ , então se procura o **lado direito** do *handle* na pilha e o **substitui pelo seu lado esquerdo**
  - ❑ O **lado direito** do *handle* estará **delimitado** na **pilha** pelos símbolos  $<$  e  $>$ 
    - ❑ Os **não terminais** não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

❑ Exemplo: expressões lógicas

```

<E> ::= <E>/<T> | <T>
<T> ::= <T>&<F> | <F>
<F> ::= (<E>) | id
  
```

	id	/	&	(	)	\$	→ cadeia
id		>	>		>	>	
/	<	>	<	<	>	>	
&	<	>	>	<	>	>	
(	<	<	<	<	=		
)		>	>		>	>	
\$	<	<	<	<			

↓ pilha

Pilha	Cadeia	Regra
\$	id&id/id\$	
\$<	id&id/id\$	Empilha
\$<id>	&id/id\$	Reduz
\$<	&id/id\$	Empilha
\$<&<	id/id\$	Empilha

1. Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha b**      **Obs: a→topo da pilha e b→terminal em análise**
2. Se  $a > b$ , então se procura o **lado direito** do *handle* na pilha e o **substitui pelo seu lado esquerdo**
  - ❑ O **lado direito** do *handle* estará **delimitado** na **pilha** pelos símbolos **< e >**
    - ❑ Os **não terminais** não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

❑ Exemplo: expressões lógicas

```

<E> ::= <E>/<T> | <T>
<T> ::= <T>&<F> | <F>
<F> ::= (<E>) | id
  
```

	id	/	&	(	)	\$	→ cadeia
id		>	>		>	>	
/	<	>	<	<	>	>	
&	<	>	>	<	>	>	
(	<	<	<	<	=		
)		>	>		>	>	
\$	<	<	<	<			

↓ pilha

Pilha	Cadeia	Regra
\$	id&id/id\$	
\$<	id&id/id\$	Empilha
\$<id>	&id/id\$	Reduz
\$<	&id/id\$	Empilha
\$<&<	id/id\$	Empilha
\$<&<id>	/id\$	Reduz

1. Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha**  $b$       **Obs:  $a \rightarrow$  topo da pilha e  $b \rightarrow$  terminal em análise**
2. Se  $a > b$ , então se procura o **lado direito** do *handle* na pilha e o **substitui pelo seu lado esquerdo**
  - ❑ O **lado direito** do *handle* estará **delimitado** na **pilha** pelos símbolos  $<$  e  $>$ 
    - ❑ Os **não terminais** não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

❑ Exemplo: expressões lógicas

```

<E> ::= <E>/<T> | <T>
<T> ::= <T>&<F> | <F>
<F> ::= (<E>) | id
  
```

	id	/	&	(	)	\$	→ cadeia
id		>	>		>	>	
/	<	>	<	<	>	>	
&	<	>	>	<	>	>	
(	<	<	<	<	=		
)		>	>		>	>	
\$	<	<	<	<			

↓ pilha

Pilha	Cadeia	Regra
\$	id&id/id\$	
\$<	id&id/id\$	Empilha
\$<id>	&id/id\$	Reduz
\$<	&id/id\$	Empilha
\$<&<	id/id\$	Empilha
\$<&<id>	/id\$	Reduz
\$<&>	/id\$	Reduz

1. Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha**  $b$       **Obs:  $a \rightarrow$  topo da pilha e  $b \rightarrow$  terminal em análise**
2. Se  $a > b$ , então se procura o **lado direito** do *handle* na pilha e o **substitui pelo seu lado esquerdo**
  - ❑ O **lado direito** do *handle* estará **delimitado** na **pilha** pelos símbolos  $<$  e  $>$ 
    - ❑ Os **não terminais** não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

❑ Exemplo: expressões lógicas

```

<E> ::= <E>/<T> | <T>
<T> ::= <T>&<F> | <F>
<F> ::= (<E>) | id
  
```

	id	/	&	(	)	\$	→ cadeia
id		>	>		>	>	
/	<	>	<	<	>	>	
&	<	>	>	<	>	>	
(	<	<	<	<	=		
)		>	>		>	>	
\$	<	<	<	<			

↓ pilha

Pilha	Cadeia	Regra
\$	id&id/id\$	
\$<	id&id/id\$	Empilha
\$<id>	&id/id\$	Reduz
\$<	&id/id\$	Empilha
\$<&<	id/id\$	Empilha
\$<&<id>	/id\$	Reduz
\$<&>	/id\$	Reduz
\$<	/id\$	Empilha



1. Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha**  $b$       **Obs:  $a \rightarrow$  topo da pilha e  $b \rightarrow$  terminal em análise**
2. Se  $a > b$ , então se procura o **lado direito** do *handle* na pilha e o **substitui pelo seu lado esquerdo**
  - ❑ O **lado direito** do *handle* estará **delimitado** na **pilha** pelos símbolos  $<$  e  $>$ 
    - ❑ Os **não terminais** não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

❑ Exemplo: expressões lógicas

```

<E> ::= <E>/<T> | <T>
<T> ::= <T>&<F> | <F>
<F> ::= (<E>) | id
  
```

	id	/	&	(	)	\$	→ cadeia
id		>	>		>	>	
/	<	>	<	<	>	>	
&	<	>	>	<	>	>	
(	<	<	<	<	=		
)		>	>		>	>	
\$	<	<	<	<			

↓ pilha

Pilha	Cadeia	Regra
\$	id&id/id\$	
\$<	id&id/id\$	Empilha
\$<id>	&id/id\$	Reduz
\$<	&id/id\$	Empilha
\$<&<	id/id\$	Empilha
\$<&<id>	/id\$	Reduz
\$<&>	/id\$	Reduz
\$<	/id\$	Empilha
\$</<	id\$	Empilha

1. Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha**  $b$       **Obs:  $a \rightarrow$  topo da pilha e  $b \rightarrow$  terminal em análise**
2. Se  $a > b$ , então se procura o **lado direito** do *handle* na pilha e o **substitui pelo seu lado esquerdo**
  - ❑ O **lado direito** do *handle* estará **delimitado** na **pilha** pelos símbolos  $<$  e  $>$ 
    - ❑ Os **não terminais** não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

❑ Exemplo: expressões lógicas

```

<E> ::= <E>/<T> | <T>
<T> ::= <T>&<F> | <F>
<F> ::= (<E>) | id
  
```

	id	/	&	(	)	\$	→ cadeia
id		>	>		>	>	
/	<	>	<	<	>	>	
&	<	>	>	<	>	>	
(	<	<	<	<	=		
)		>	>		>	>	
\$	<	<	<	<			

↓ pilha

Pilha	Cadeia	Regra
\$	id&id/id\$	
\$<	id&id/id\$	Empilha
\$<id>	&id/id\$	Reduz
\$<	&id/id\$	Empilha
\$<&<	id/id\$	Empilha
\$<&<id>	/id\$	Reduz
\$<&>	/id\$	Reduz
\$<	/id\$	Empilha
\$</<	id\$	Empilha
\$</<id>	\$	Reduz

1. Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha b**      **Obs: a→topo da pilha e b→terminal em análise**
2. Se  $a > b$ , então se procura o **lado direito** do *handle* na pilha e o **substitui pelo seu lado esquerdo**
  - ❑ O **lado direito** do *handle* estará **delimitado** na **pilha** pelos símbolos **<** e **>**
    - ❑ Os **não terminais** não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

❑ Exemplo: expressões lógicas

```

<E> ::= <E>/<T> | <T>
<T> ::= <T>&<F> | <F>
<F> ::= (<E>) | id
  
```

	id	/	&	(	)	\$	→ cadeia
id		>	>		>	>	
/	<	>	<	<	>	>	
&	<	>	>	<	>	>	
(	<	<	<	<	=		
)		>	>		>	>	
\$	<	<	<	<			

↓ pilha

Pilha	Cadeia	Regra
\$	id&id/id\$	
\$<	id&id/id\$	Empilha
\$<id>	&id/id\$	Reduz
\$<	&id/id\$	Empilha
\$<&<	id/id\$	Empilha
\$<&<id>	/id\$	Reduz
\$<&>	/id\$	Reduz
\$<	/id\$	Empilha
\$</<	id\$	Empilha
\$</<id>	\$	Reduz
\$</>	\$	Reduz

1. Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha**  $b$       **Obs:  $a \rightarrow$  topo da pilha e  $b \rightarrow$  terminal em análise**
2. Se  $a > b$ , então se procura o **lado direito** do *handle* na pilha e o **substitui pelo seu lado esquerdo**
  - ❑ O **lado direito** do *handle* estará **delimitado** na **pilha** pelos símbolos  $<$  e  $>$ 
    - ❑ Os **não terminais** não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

❑ Exemplo: expressões lógicas

```

<E> ::= <E>/<T> | <T>
<T> ::= <T>&<F> | <F>
<F> ::= (<E>) | id
  
```

	id	/	&	(	)	\$	→ cadeia
id		>	>		>	>	
/	<	>	<	<	>	>	
&	<	>	>	<	>	>	
(	<	<	<	<	=		
)		>	>		>	>	
\$	<	<	<	<			

↓ pilha

Pilha	Cadeia	Regra
\$	id&id/id\$	
\$<	id&id/id\$	Empilha
\$<id>	&id/id\$	Reduz
\$<	&id/id\$	Empilha
\$<&<	id/id\$	Empilha
\$<&<id>	/id\$	Reduz
\$<&>	/id\$	Reduz
\$<	/id\$	Empilha
\$</<	id\$	Empilha
\$</<id>	\$	Reduz
\$</>	\$	Reduz
\$E	\$	<b>Sucesso</b>



# Análise sintática ascendente (ASA) precedência de operadores

## □ Algoritmo do ASA de precedência de operadores

Seja  $S$  o símbolo inicial da gramática,  $a$  o símbolo terminal mais ao topo da pilha e  $b$  o primeiro símbolo da cadeia de entrada

### repita

se ( $\$S$  é o topo da pilha e  $\$$  é o primeiro símbolo da cadeia)

então SUCESSO

senão se ( $a < b$  ou  $a = b$ )

então empilha  $b$

senão se ( $a > b$ )

então desempilha até haver  $<$  entre o terminal do topo e o último  
desempilhado

senão ERRO



# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

- ❑ 2 métodos para construção da tabela sintática
  - **Intuitivo:** baseado no conhecimento da precedência e associatividade dos operadores
  - **Mecânico:** obtêm a tabela diretamente da gramática



# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

### ☐ Método intuitivo

☐ Para 2 operadores quaisquer  $x$  e  $y$

1. Se  $x$  tem maior precedência do que  $y$ , então tem-se  $x$  (na pilha)  $>$   $y$  (na cadeia) e  $y$  (na pilha)  $<$   $x$  (na cadeia)

✓ **Exemplo: como o operador de  $*$  tem maior precedência que o operador de  $+$ , então  $* > +$  e  $+ < *$**

2. Se  $x$  e  $y$  têm precedência igual (ou são iguais) e são associativos à esquerda, então tem-se  $x > y$  e  $y > x$ ; e se são associativos à direita, então tem-se  $x < y$  e  $y < x$

➤ Exemplo: como  $*$  e  $/$  têm a mesma precedência e são associativos à esquerda, tem-se  $* > /$  e  $/ > *$ ; como o operador de exponenciação  $**$  é associativo à direita, tem-se  $** < **$



# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

### ❑ Método intuitivo

### ❑ Para 2 operadores quaisquer x e y

3. As relações entre os operadores e os demais símbolos terminais (operandos e delimitadores) são fixas

✓ Para qualquer operador x, tem-se  $x > \$$ ,  $\$ < x$ ,  $x < id$ ,  $id > x$ ,  
 $x < ($ ,  $( < x$ ,  $x > )$  e  $) > x$

4. As relações entre os operandos também são fixas

✓  $( < ($ ,  $( > )$ ,  $id > )$ ,  $\$ < ($ ,  $( = ) > \$$ ,  $id > \$$ ,  $\$ < id$ ,  $( < id$





# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

### ❑ Método intuitivo

❑ Exemplo: construir a tabela sintática para a gramática abaixo

$$\langle E \rangle ::= \langle E \rangle + \langle E \rangle \mid \langle E \rangle * \langle E \rangle \mid \langle E \rangle ** \langle E \rangle \mid (\langle E \rangle) \mid \text{id}$$

sabendo-se que:

- \*\* tem maior precedência e é associativo à direita;
- \* tem precedência intermediária e é associativo à esquerda;
- + tem menor precedência e é associativo à esquerda



# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

### ❑ Método intuitivo

❑ Exemplo: construir a tabela sintática para a gramática abaixo

$$\langle E \rangle ::= \langle E \rangle + \langle E \rangle \mid \langle E \rangle * \langle E \rangle \mid \langle E \rangle ** \langle E \rangle \mid (\langle E \rangle) \mid id$$

sabendo-se que:

- \*\* tem maior precedência e é associativo à direita;
- \* tem precedência intermediária e é associativo à esquerda;
- + tem menor precedência e é associativo à esquerda

1. Se x tem maior precedência do que y, então tem-se x (na pilha) > y (na cadeia) e y (na pilha) < x (na cadeia)
2. Se x e y têm precedência igual (ou são iguais) e são associativos à esquerda, então tem-se x > y e y > x; se são associativos à direita, então tem-se x < y e y < x
3. As relações entre os operadores e os demais símbolos terminais (operandos e delimitadores) são fixas
  - ✓ Para qualquer operador x, tem-se x > \$, \$ < x, x < id, id > x, x < (, ( < x, x >) e ) > x
4. As relações entre os operandos também são fixas
  - ✓ (<(, )>), id >), \$ <(, (=), )>\$, id >\$, \$ <id, (<id

	+	*	**	(	)	id	\$
+							
*							
**							
(							
)							
id							
\$							



# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

### ❑ Método intuitivo

❑ Exemplo: construir a tabela sintática para a gramática abaixo

$$\langle E \rangle ::= \langle E \rangle + \langle E \rangle \mid \langle E \rangle * \langle E \rangle \mid \langle E \rangle ** \langle E \rangle \mid (\langle E \rangle) \mid id$$

sabendo-se que:

- \*\* tem maior precedência e é associativo à direita;
- \* tem precedência intermediária e é associativo à esquerda;
- + tem menor precedência e é associativo à esquerda

1. Se x tem maior precedência do que y, então tem-se x (na pilha) > y (na cadeia) e y (na pilha) < x (na cadeia)
  2. Se x e y têm precedência igual (ou são iguais) e são associativos à esquerda, então tem-se x>y e y>x; se são associativos à direita, então tem-se x<y e y<x
  3. As relações entre os operadores e os demais símbolos terminais (operandos e delimitadores) são fixas
- ✓ Para qualquer operador x, tem-se x>\$, \$<x, x<id, id>x, x<(, (<x, x>) e )>x
4. As relações entre os operandos também são fixas
    - ✓ (<(, )>), id>), \$<(, (=), )>\$, id>\$, \$<id, (<id

	+	*	**	(	)	id	\$
+	>	<	<	<	>	<	>
*							
**							
(							
)							
id							
\$							



# Análise sintática ascendente (ASA) precedência de operadores

## ❑ Método intuitivo

❑ Exemplo: construir a tabela sintática para a gramática abaixo

$$\langle E \rangle ::= \langle E \rangle + \langle E \rangle \mid \langle E \rangle * \langle E \rangle \mid \langle E \rangle ** \langle E \rangle \mid (\langle E \rangle) \mid id$$

sabendo-se que:

- \*\* tem maior precedência e é associativo à direita;
- \* tem precedência intermediária e é associativo à esquerda;
- + tem menor precedência e é associativo à esquerda

1. Se  $x$  tem maior precedência do que  $y$ , então tem-se  $x$  (na pilha)  $>$   $y$  (na cadeia) e  $y$  (na pilha)  $<$   $x$  (na cadeia)
  2. Se  $x$  e  $y$  têm precedência igual (ou são iguais) e são associativos à esquerda, então tem-se  $x > y$  e  $y > x$ ; se são associativos à direita, então tem-se  $x < y$  e  $y < x$
  3. As relações entre os operadores e os demais símbolos terminais (operandos e delimitadores) são fixas
- ✓ Para qualquer operador  $x$ , tem-se  $x > \$$ ,  $\$ < x$ ,  $x < id$ ,  $id > x$ ,  $x < ($ ,  $( < x$ ,  $x > )$  e  $) > x$
4. As relações entre os operandos também são fixas
    - ✓  $( < ($ ,  $) > )$ ,  $id > )$ ,  $\$ < ($ ,  $( = )$ ,  $) > \$$ ,  $id > \$$ ,  $\$ < id$ ,  $( < id$

	+	*	**	(	)	id	\$
+	>	<	<	<	>	<	>
*	>	>	<	<	>	<	>
**							
(							
)							
id							
\$							



# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

### ❑ Método intuitivo

❑ Exemplo: construir a tabela sintática para a gramática abaixo

$$\langle E \rangle ::= \langle E \rangle + \langle E \rangle \mid \langle E \rangle * \langle E \rangle \mid \langle E \rangle ** \langle E \rangle \mid (\langle E \rangle) \mid id$$

sabendo-se que:

- \*\* tem maior precedência e é associativo à direita;
- \* tem precedência intermediária e é associativo à esquerda;
- + tem menor precedência e é associativo à esquerda

1. Se  $x$  tem maior precedência do que  $y$ , então tem-se  $x$  (na pilha)  $>$   $y$  (na cadeia) e  $y$  (na pilha)  $<$   $x$  (na cadeia)
  2. Se  $x$  e  $y$  têm precedência igual (ou são iguais) e são associativos à esquerda, então tem-se  $x > y$  e  $y > x$ ; se são associativos à direita, então tem-se  $x < y$  e  $y < x$
  3. As relações entre os operadores e os demais símbolos terminais (operandos e delimitadores) são fixas
- ✓ Para qualquer operador  $x$ , tem-se  $x > \$$ ,  $\$ < x$ ,  $x < id$ ,  $id > x$ ,  $x < ($ ,  $( < x$ ,  $x > )$  e  $) > x$
  - 4. As relações entre os operandos também são fixas
    - ✓  $( < ($ ,  $) > )$ ,  $id > )$ ,  $\$ < ($ ,  $( = )$ ,  $) > \$$ ,  $id > \$$ ,  $\$ < id$ ,  $( < id$

	+	*	**	(	)	id	\$
+	>	<	<	<	>	<	>
*	>	>	<	<	>	<	>
**	>	>	<	<	>	<	>
(							
)							
id							
\$							



# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

### ❑ Método intuitivo

❑ Exemplo: construir a tabela sintática para a gramática abaixo

$$\langle E \rangle ::= \langle E \rangle + \langle E \rangle \mid \langle E \rangle * \langle E \rangle \mid \langle E \rangle ** \langle E \rangle \mid (\langle E \rangle) \mid id$$

sabendo-se que:

- \*\* tem maior precedência e é associativo à direita;
- \* tem precedência intermediária e é associativo à esquerda;
- + tem menor precedência e é associativo à esquerda

1. Se  $x$  tem maior precedência do que  $y$ , então tem-se  $x$  (na pilha)  $>$   $y$  (na cadeia) e  $y$  (na pilha)  $<$   $x$  (na cadeia)
2. Se  $x$  e  $y$  têm precedência igual (ou são iguais) e são associativos à esquerda, então tem-se  $x > y$  e  $y > x$ ; se são associativos à direita, então tem-se  $x < y$  e  $y < x$
3. As relações entre os operadores e os demais símbolos terminais (operandos e delimitadores) são fixas
  - ✓ Para qualquer operador  $x$ , tem-se  $x > \$$ ,  $\$ < x$ ,  $x < id$ ,  $id > x$ ,  $x < ($ ,  $( < x$ ,  $x > )$  e  $) > x$
4. As relações entre os operandos também são fixas
  - ✓  $( < ($ ,  $) > )$ ,  $id > )$ ,  $\$ < ($ ,  $( = )$ ,  $) > \$$ ,  $id > \$$ ,  $\$ < id$ ,  $( < id$

	+	*	**	(	)	id	\$
+	>	<	<	<	>	<	>
*	>	>	<	<	>	<	>
**	>	>	<	<	>	<	>
(	<	<	<	<	=	<	
)							
id							
\$							



# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

### ❑ Método intuitivo

❑ Exemplo: construir a tabela sintática para a gramática abaixo

$$\langle E \rangle ::= \langle E \rangle + \langle E \rangle \mid \langle E \rangle * \langle E \rangle \mid \langle E \rangle ** \langle E \rangle \mid (\langle E \rangle) \mid id$$

sabendo-se que:

- \*\* tem maior precedência e é associativo à direita;
- \* tem precedência intermediária e é associativo à esquerda;
- + tem menor precedência e é associativo à esquerda

1. Se x tem maior precedência do que y, então tem-se x (na pilha) > y (na cadeia) e y (na pilha) < x (na cadeia)
2. Se x e y têm precedência igual (ou são iguais) e são associativos à esquerda, então tem-se x>y e y>x; se são associativos à direita, então tem-se x<y e y<x
3. As relações entre os operadores e os demais símbolos terminais (operandos e delimitadores) são fixas
  - ✓ Para qualquer operador x, tem-se x>\$, \$<x, x<id, id>x, x<(, (<x, x>) e )>x
4. As relações entre os operandos também são fixas
  - ✓ (<(, )>), id>), \$<(, (=), )>\$, id>\$, \$<id, (<id

	+	*	**	(	)	id	\$
+	>	<	<	<	>	<	>
*	>	>	<	<	>	<	>
**	>	>	<	<	>	<	>
(	<	<	<	<	=	<	
)	>	>	>		>		>
id							
\$							



# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

### ❑ Método intuitivo

❑ Exemplo: construir a tabela sintática para a gramática abaixo

$$\langle E \rangle ::= \langle E \rangle + \langle E \rangle \mid \langle E \rangle * \langle E \rangle \mid \langle E \rangle ** \langle E \rangle \mid (\langle E \rangle) \mid id$$

sabendo-se que:

- \*\* tem maior precedência e é associativo à direita;
- \* tem precedência intermediária e é associativo à esquerda;
- + tem menor precedência e é associativo à esquerda

1. Se  $x$  tem maior precedência do que  $y$ , então tem-se  $x$  (na pilha)  $>$   $y$  (na cadeia) e  $y$  (na pilha)  $<$   $x$  (na cadeia)
  2. Se  $x$  e  $y$  têm precedência igual (ou são iguais) e são associativos à esquerda, então tem-se  $x > y$  e  $y > x$ ; se são associativos à direita, então tem-se  $x < y$  e  $y < x$
  3. As relações entre os operadores e os demais símbolos terminais (operandos e delimitadores) são fixas
- ✓ Para qualquer operador  $x$ , tem-se  $x > \$$ ,  $\$ < x$ ,  $x < id$ ,  $id > x$ ,  $x < ($ ,  $( < x$ ,  $x > )$  e  $) > x$
  - 4. As relações entre os operandos também são fixas
    - ✓  $( < ($ ,  $) > )$ ,  $id > )$ ,  $\$ < ($ ,  $( = )$ ,  $) > \$$ ,  $id > \$$ ,  $\$ < id$ ,  $( < id$

	+	*	**	(	)	id	\$
+	>	<	<	<	>	<	>
*	>	>	<	<	>	<	>
**	>	>	<	<	>	<	>
(	<	<	<	<	=	<	
)	>	>	>		>		>
id	>	>	>		>		>
\$							





# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

### ❑ Método intuitivo

❑ Exemplo: construir a tabela sintática para a gramática abaixo

$$\langle E \rangle ::= \langle E \rangle + \langle E \rangle \mid \langle E \rangle * \langle E \rangle \mid \langle E \rangle ** \langle E \rangle \mid (\langle E \rangle) \mid id$$

sabendo-se que:

- \*\* tem maior precedência e é associativo à direita;
- \* tem precedência intermediária e é associativo à esquerda;
- + tem menor precedência e é associativo à esquerda

1. Se  $x$  tem maior precedência do que  $y$ , então tem-se  $x$  (na pilha)  $>$   $y$  (na cadeia) e  $y$  (na pilha)  $<$   $x$  (na cadeia)
  2. Se  $x$  e  $y$  têm precedência igual (ou são iguais) e são associativos à esquerda, então tem-se  $x > y$  e  $y > x$ ; se são associativos à direita, então tem-se  $x < y$  e  $y < x$
  3. As relações entre os operadores e os demais símbolos terminais (operandos e delimitadores) são fixas
- ✓ Para qualquer operador  $x$ , tem-se  $x > \$$ ,  $\$ < x$ ,  $x < id$ ,  $id > x$ ,  $x < ($ ,  $( < x$ ,  $x > )$  e  $) > x$
  - 4. As relações entre os operandos também são fixas
    - ✓  $( < ($ ,  $) > )$ ,  $id > )$ ,  $\$ < ($ ,  $( = )$ ,  $) > \$$ ,  $id > \$$ ,  $\$ < id$ ,  $( < id$

	+	*	**	(	)	id	\$
+	>	<	<	<	>	<	>
*	>	>	<	<	>	<	>
**	>	>	<	<	>	<	>
(	<	<	<	<	=	<	
)	>	>	>		>		>
id	>	>	>		>		>
\$	<	<	<	<		<	ok



# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

- ❑ Método mecânico: aplicável para gramáticas não ambíguas
- ❑ Para os terminais  $a$  e  $b$ 
  1.  $a=b$  se  $\alpha a \beta b \gamma$  é lado direito de produção e  $\beta$  é  $\epsilon$  ou um único símbolo não terminal
  2.  $a < b$  se  $\alpha a X \beta$  é lado direito de produção e  $X$  produz  $\gamma b \delta$  e  $\gamma$  é  $\epsilon$  ou um único símbolo não terminal
  3.  $\$ < b$  se  $S$  produz  $\gamma b \delta$  e  $\gamma$  é  $\epsilon$  ou um único símbolo não terminal
  4.  $a > b$  se  $\alpha X b \beta$  é lado direito de produção e  $X$  produz  $\gamma a \delta$  e  $\delta$  é  $\epsilon$  ou um único símbolo não terminal
  5.  $a > \$$  se  $S$  produz  $\gamma a \delta$  e  $\delta$  é  $\epsilon$  ou um único símbolo não terminal



# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

□ Método mecânico → em outras palavras...

**Regra 1 – aX** Um terminal **a** seguido imediatamente de um não terminal **X** tem **precedência menor** do que os primeiros símbolos terminais deriváveis a partir de **X** (precedidos de  $\epsilon$  ou um não terminal)

$$aX \rightarrow a < \text{Primeiros}(X)$$

**Regra 2 – Xa** Todos os últimos terminais que podem ser derivados a partir de um não terminal **X** (seguidos de  $\epsilon$  ou um não terminal) têm **precedência maior** do que um terminal que segue imediatamente a **X**

$$Xa \rightarrow \text{Últimos}(X) > a$$

**Regra 3 – aXb** Para computar **=**, procurar aXb nos lados direitos das produções, onde a ou b é  $\epsilon$  ou um terminal, e fazer a=b

**Regra 4 – Delimitadores \$** tem **precedência menor** do que todos os primeiros terminais deriváveis a partir do símbolo inicial da gramática. Todos os últimos terminais derivados a partir do símbolo inicial da gramática têm **precedência maior** do que \$

$$\$ < \text{Primeiros}(X) \text{ e } \text{Últimos}(X) > \$$$



# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

- ❑ **Exemplo:** construir a tabela sintática para a gramática abaixo

$$\langle E \rangle ::= \langle E \rangle + \langle E \rangle \mid \langle E \rangle * \langle E \rangle \mid \langle E \rangle ** \langle E \rangle \mid (\langle E \rangle) \mid \text{id}$$

- ❑ Inicialmente, se a gramática for ambígua, deve-se **eliminar a ambiguidade** da gramática (mantendo a precedência e a associatividade dos operadores)

```

$$\begin{aligned} \langle E \rangle &::= \langle E \rangle + \langle T \rangle \mid \langle T \rangle \\ \langle T \rangle &::= \langle T \rangle * \langle F \rangle \mid \langle F \rangle \\ \langle F \rangle &::= \langle P \rangle ** \langle F \rangle \mid \langle P \rangle \\ \langle P \rangle &::= (\langle E \rangle) \mid \text{id} \end{aligned}$$

```



# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

- Determinam-se, para cada não terminal, os **primeiros** e **últimos terminais** possíveis de ocorrerem em uma cadeia derivada a partir do não terminal

```
<E> ::= <E>+<T> | <T>  
<T> ::= <T>*<F> | <F>  
<F> ::= <P>**<F> | <P>  
<P> ::= (<E>) | id
```

	Primeiros	Últimos
E	+ * ** ( id	+ * ** ) id
T	* ** ( id	* ** ) id
F	** ( id	** ) id
P	( id	) id



# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

- Para computar  $<$ , procurar pares  $aX$  nos lados direitos de produção;
  - tem-se que  $a$  tem menor precedência do que qualquer primeiro terminal derivado a partir de  $X$

- Pares:

✓  $+T *F **F (E$

- Relações:

✓  $+ < \{*,**, (, id\}$

✓  $* < \{**, (, id\}$

✓  $** < \{**, (, id\}$

✓  $( < \{+, *, **, (, id\}$

	Primeiros	Últimos
E	+ * ** ( id	+ * ** ) id
T	* ** ( id	* ** ) id
F	** ( id	** ) id
P	( id	) id

	+	*	**	(	)	id	\$
+		<	<	<		<	
*			<	<		<	
**				<	<	<	
(	<	<	<	<		<	
)							
id							
\$							

$\langle E \rangle ::= \langle E \rangle + \langle T \rangle \mid \langle T \rangle$   
 $\langle T \rangle ::= \langle T \rangle * \langle F \rangle \mid \langle F \rangle$   
 $\langle F \rangle ::= \langle P \rangle ** \langle F \rangle \mid \langle P \rangle$   
 $\langle P \rangle ::= ( \langle E \rangle \mid id$

pilha

cadeia



# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

- Para computar  $>$ , procurar pares  $Xb$  nos lados direitos de produção;
  - tem-se que qualquer último terminal derivado de  $X$  tem precedência **maior** do que  $b$

➤ Pares:

✓  $E+ T* P** E$

➤ Relações:

✓  $\{+,*,**,),id\} > +$

✓  $\{*,**,),id\} > *$

✓  $\{),id\} > **$

✓  $\{+,*,**,),id\} > )$

	Primeiros	Últimos
E	+ * ** ( id	+ * ** ) id
T	* ** ( id	* ** ) id
F	** ( id	** ) id
P	( id	) id

```

<E> ::= <E>+<T> | <T>
<T> ::= <T>*<F> | <F>
<F> ::= <P>**<F> | <P>
<P> ::= (<E> | id
  
```

	+	*	**	(	)	id	\$
+	>	<	<	<	>	<	
*	>	>	<	<	>	<	
**	>	>	<	<	>	<	
(	<	<	<	<		<	
)	>	>	>		>		
id	>	>	>		>		
\$							

pilha

cadeia



# Análise sintática ascendente (ASA) precedência de operadores

Para computar  $=$ , procurar  $a\beta b$  nos lados direitos das produções, onde  $\beta$  é  $\epsilon$  ou um terminal, e fazer  $a=b$

➤ Dado o lado direito (E), tem-se  $(=) \rightarrow aXb$

## Delimitadores

➤ \$ tem precedência menor do que todos os primeiros terminais deriváveis a partir do símbolo inicial da gramática

✓  $\$ < \{+, *, **, (, id$

**pilha**

**cadeia**

➤ Todos os últimos terminais derivados a partir do símbolo inicial da gramática têm precedência maior do que \$

✓  $\{+, *, **, ), id\} > \$$

**pilha**

**cadeia**

```

<E> ::= <E>+<T> | <T>
<T> ::= <T>*<F> | <F>
<F> ::= <P>**<F> | <P>
<P> ::= (<E>) | id
  
```

	+	*	**	(	)	id	\$
+	>	<	<	<	>	<	>
*	>	>	<	<	>	<	>
**	>	>	<	<	>	<	>
(	<	<	<	<	=	<	
)	>	>	>		>		>
id	>	>	>		>		>
\$	<	<	<	<		<	

	Primeiros	Últimos
E	+ * ** ( id	+ * ** ) id
T	* ** ( id	* ** ) id
F	** ( id	** ) id
P	( id	) id





# Análise sintática ascendente

## precedência de operadores

- ❑ Relembrando como usar a tabela sintática
- ❑ Seja **a** o terminal mais ao topo da pilha (os não-terminais são ignorados) e **b** o primeiro terminal da cadeia sendo analisada
  - ❑ Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha b**
  - ❑ Se  $a > b$ , então se **procura o lado direito do *handle* na pilha e o substitui pelo seu lado esquerdo**
    - ❑ O lado direito do *handle* estará delimitado na pilha pelos símbolos **<** e **>**
    - ❑ Os não terminais não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

Seja **a** o terminal mais ao topo da pilha (os não-terminais são ignorados) e **b** o primeiro terminal da cadeia sendo analisada

Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha b**

Se  $a > b$ , então se **procura o lado direito do handle na pilha e o substitui pelo seu lado esquerdo**

O lado direito do *handle* estará delimitado na pilha pelos símbolos  $<$  e  $>$

Os não terminais não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

	+	*	**	(	)	id	\$	→ cadeia
+	>	<	<	<	>	<	>	
*	>	>	<	<	>	<	>	
**	>	>	<	<	>	<	>	
(	<	<	<	<	=	<		
)	>	>	>		>		>	
id	>	>	>		>		>	
\$	<	<	<	<		<		

↓ pilha

$\langle E \rangle ::= \langle E \rangle + \langle T \rangle \mid \langle T \rangle$   
 $\langle T \rangle ::= \langle T \rangle * \langle F \rangle \mid \langle F \rangle$   
 $\langle F \rangle ::= \langle P \rangle ** \langle F \rangle \mid \langle P \rangle$   
 $\langle P \rangle ::= (\langle E \rangle) \mid id$

Pilha	Cadeia	Regra
\$<	(id*id)\$	Empilha
\$<(	id*id)\$	Empilha
\$<(<id>	*id)\$	Reduz
\$<(*	id)\$	Empilha
\$<(*<id>	)\$	Empilha
\$<(*	)\$	Reduz
\$<(	)\$	Empilha
\$<()	\$	Reduz
\$<()>	\$	Reduz
\$E	\$	Aceita



# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

### □ Exercício:

1. Construir a tabela sintática para a gramática abaixo utilizando o método mecânico e o intuitivo. Reconheça a cadeia **id/(id/id)**

```
<E> ::= <E>/<T> | <T>  
<T> ::= <T>&<F> | <F>  
<F> ::= (<E>) | id
```

2. Construir a tabela sintática (método mecânico) para a gramática abaixo pelo método mecânico e o intuitivo

$$S \rightarrow ( S O S ) | a | b$$
$$O \rightarrow + | *$$

- 2.1. Utilizando a tabela construída anteriormente, reconheça a cadeia **(a\*b)**



# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

### □ 2. Resposta:

$$S \rightarrow ( S O S ) | a | b$$
$$O \rightarrow + | *$$

Transformando a gramática  $\rightarrow$  não pode ocorrer três não terminais consecutivos em uma gramática de operadores

$$\begin{aligned} \langle E \rangle &::= \langle E \rangle + \langle T \rangle | \langle T \rangle \\ \langle T \rangle &::= \langle T \rangle * \langle F \rangle | \langle F \rangle \\ \langle F \rangle &::= (\langle E \rangle) | a | b \end{aligned}$$



# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

### Resposta:

Obtendo os conjuntos *primeiros* e *últimos*

$S \rightarrow (S + S) |$   
 $(S * S) |$   
 $a |$   
 $b$

	Primeiros	Últimos
S	( a b	) a b

# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

### Resposta:

Relações  $<$   $\rightarrow$  construções do tipo **aX**

- (S
  - +S
  - \*S
- (  $<$  { ( a b }
  - +  $<$  { ( a b }
  - \*  $<$  { ( a b }

pilha

cadeia

pilha

cadeia

	+	*	(	)	a	b	\$
+			<		<	<	
*			<		<	<	
(			<		<	<	
)							
a							
b							
\$							

$S \rightarrow (S + S) |$   
 $(S * S) |$   
 $a |$   
 $b$

	Primeiros	Últimos
S	( a b	) a b



# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

Resposta:

Relações  $>$   $\rightarrow$  construções do tipo **Xb**

S+

S\*

S)

$\triangleright$  { ) a b }  $>$  +

$\triangleright$  { ) a b }  $>$  \*

$\triangleright$  { ) a b }  $>$  )

pilha

cadeia

pilha

cadeia

	+	*	(	)	a	b	\$
+			<		<	<	
*			<		<	<	
(			<		<	<	
)	>	>		>			
a	>	>		>			
b	>	>		>			
\$							

S  $\rightarrow$  ( S + S ) |  
 ( S \* S ) |  
 a |  
 b

	Primeiros	Últimos
S	( a b	) a b

# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

### Resposta:

Relações =  $\rightarrow$  construções do tipo **aXb**

- (S+
- (S\*
- +S)
- \*S)

- ( = +
- ( = \*
- + = )
- \* = )

pilha

cadeia

pilha

cadeia

	+	*	(	)	a	b	\$
+			<	=	<	<	
*			<	=	<	<	
(	=	=	<		<	<	
)	>	>		>			
a	>	>		>			
b	>	>		>			
\$							

S  $\rightarrow$  ( S + S ) |  
 ( S \* S ) |  
 a |  
 b

	Primeiros	Últimos
S	( a b	) a b





# Análise sintática ascendente (ASA)

## precedência de operadores

Resposta:

### Delimitadores

➤  $\$ <$  *primeiros* de  $S$

✓ *Últimos* de  $S > \$$

➤  $\$ < \{( a b \}$

✓  $\{ ) a b \} > \$$

**pilha**

**cadeia**

**pilha**

**cadeia**

	+	*	(	)	a	b	\$
+			<	=	<	<	
*			<	=	<	<	
(	=	=	<		<	<	
)	>	>		>			>
a	>	>		>			>
b	>	>		>			>
\$			<		<	<	

$S \rightarrow ( S + S ) |$   
 $( S * S ) |$   
 $a |$   
 $b$

	Primeiros	Últimos
S	( a b	) a b



❑ **a** terminal do topo da pilha (não terminal ignorado) e **b** o primeiro terminal da cadeia analisada

❑ Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha b**

❑ Se  $a > b$ , então se **procura o lado direito do handle na pilha e o substitui pelo seu lado esquerdo**

❑ O lado direito do *handle* estará delimitado na pilha pelos símbolos  $<$  e  $>$

❑ Os não terminais não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

## ❑ 2. Resposta:

Reconhecendo a cadeia

**(a\*b)**

	+	*	(	)	a	b	\$
+			<	=	<	<	
*			<	=	<	<	
(	=	=	<		<	<	
)	>	>		>			>
a	>	>		>			>
b	>	>		>			>
\$			<		<	<	

Pilha	Cadeia	Regra
\$	(a*b)\$	

$S \rightarrow (S + S) \mid (S * S) \mid a \mid b$



❑ **a** terminal do topo da pilha (não terminal ignorado) e **b** o primeiro terminal da cadeia analisada

❑ Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha b**

❑ Se  $a > b$ , então se **procura o lado direito do handle na pilha e o substitui pelo seu lado esquerdo**

❑ O lado direito do *handle* estará delimitado na pilha pelos símbolos  $<$  e  $>$

❑ Os não terminais não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

## ❑ 2. Resposta:

Reconhecendo a cadeia

**(a\*b)**

	+	*	(	)	a	b	\$
+			<	=	<	<	
*			<	=	<	<	
(	=	=	<		<	<	
)	>	>		>			>
a	>	>		>			>
b	>	>		>			>
\$			<		<	<	

Pilha	Cadeia	Regra
\$<	(a*b)\$	Empilha

$S \rightarrow (S + S) \mid (S * S) \mid a \mid b$



❑ **a** terminal do topo da pilha (não terminal ignorado) e **b** o primeiro terminal da cadeia analisada

❑ Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha b**

❑ Se  $a > b$ , então se **procura o lado direito do handle na pilha e o substitui pelo seu lado esquerdo**

❑ O lado direito do *handle* estará delimitado na pilha pelos símbolos  $<$  e  $>$

❑ Os não terminais não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

## ❑ 2. Resposta:

Reconhecendo a cadeia

**(a\*b)**

	+	*	(	)	a	b	\$
+			<	=	<	<	
*			<	=	<	<	
(	=	=	<		<	<	
)	>	>		>			>
a	>	>		>			>
b	>	>		>			>
\$			<		<	<	

Pilha	Cadeia	Regra
\$<	(a*b)\$	Empilha
\$<(<	a*b)\$	Empilha

$S \rightarrow (S + S) \mid (S * S) \mid a \mid b$



❑ **a** terminal do topo da pilha (não terminal ignorado) e **b** o primeiro terminal da cadeia analisada

❑ Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha b**

❑ Se  $a > b$ , então se **procura o lado direito do handle na pilha e o substitui pelo seu lado esquerdo**

❑ O lado direito do *handle* estará delimitado na pilha pelos símbolos  $<$  e  $>$

❑ Os não terminais não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

## ❑ 2. Resposta:

Reconhecendo a cadeia

**(a\*b)**

	+	*	(	)	a	b	\$
+			<	=	<	<	
*			<	=	<	<	
(	=	=	<		<	<	
)	>	>		>			>
a	>	>		>			>
b	>	>		>			>
\$			<		<	<	

Pilha	Cadeia	Regra
\$<	(a*b)\$	Empilha
\$<<	a*b)\$	Empilha
\$<<a>	*b)\$	Reduz

$S \rightarrow (S + S) \mid (S * S) \mid a \mid b$



❑ **a** terminal do topo da pilha (não terminal ignorado) e **b** o primeiro terminal da cadeia analisada

❑ Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha b**

❑ Se  $a > b$ , então se **procura o lado direito do handle na pilha e o substitui pelo seu lado esquerdo**

❑ O lado direito do *handle* estará delimitado na pilha pelos símbolos  $<$  e  $>$

❑ Os não terminais não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

## ❑ 2. Resposta:

Reconhecendo a cadeia

**(a\*b)**

	+	*	(	)	a	b	\$
+			<	=	<	<	
*			<	=	<	<	
(	=	=	<		<	<	
)	>	>		>			>
a	>	>		>			>
b	>	>		>			>
\$			<		<	<	

Pilha	Cadeia	Regra
\$<	(a*b)\$	Empilha
\$<<	a*b)\$	Empilha
\$<<a>	*b)\$	Reduz
\$<(<=	*b)\$	Empilha

$S \rightarrow (S + S) \mid (S * S) \mid a \mid b$



❑ **a** terminal do topo da pilha (não terminal ignorado) e **b** o primeiro terminal da cadeia analisada

❑ Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha b**

❑ Se  $a > b$ , então se **procura o lado direito do handle na pilha e o substitui pelo seu lado esquerdo**

❑ O lado direito do *handle* estará delimitado na pilha pelos símbolos  $<$  e  $>$

❑ Os não terminais não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

## ❑ 2. Resposta:

Reconhecendo a cadeia

**(a\*b)**

	+	*	(	)	a	b	\$
+			<	=	<	<	
*			<	=	<	<	
(	=	=	<		<	<	
)	>	>		>			>
a	>	>		>			>
b	>	>		>			>
\$			<		<	<	

Pilha	Cadeia	Regra
\$<	(a*b)\$	Empilha
\$<<	a*b)\$	Empilha
\$<<a>	*b)\$	Reduz
\$<(<=	*b)\$	Empilha
\$<(<=*<	b)\$	Empilha

$S \rightarrow (S + S) \mid (S * S) \mid a \mid b$



❑ **a** terminal do topo da pilha (não terminal ignorado) e **b** o primeiro terminal da cadeia analisada

❑ Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha b**

❑ Se  $a > b$ , então se **procura o lado direito do handle na pilha e o substitui pelo seu lado esquerdo**

❑ O lado direito do *handle* estará delimitado na pilha pelos símbolos  $<$  e  $>$

❑ Os não terminais não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

## ❑ 2. Resposta:

Reconhecendo a cadeia

**(a\*b)**

	+	*	(	)	a	b	\$
+			<	=	<	<	
*			<	=	<	<	
(	=	=	<		<	<	
)	>	>		>			>
a	>	>		>			>
b	>	>		>			>
\$			<		<	<	

Pilha	Cadeia	Regra
\$<	(a*b)\$	Empilha
\$<(<	a*b)\$	Empilha
\$<(<a>	*b)\$	Reduz
\$<(=	*b)\$	Empilha
\$<(=*<	b)\$	Empilha
\$<(=*<b>	)\$	Reduz

$S \rightarrow (S + S) \mid (S * S) \mid a \mid b$





❑  $a$  terminal do topo da pilha (não terminal ignorado) e  $b$  o primeiro terminal da cadeia analisada

❑ Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha  $b$**

❑ Se  $a > b$ , então se **procura o lado direito do handle na pilha e o substitui pelo seu lado esquerdo**

❑ O lado direito do *handle* estará delimitado na pilha pelos símbolos  $<$  e  $>$

❑ Os não terminais não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

## ❑ 2. Resposta:

Reconhecendo a cadeia

**$(a * b)$**

	+	*	(	)	a	b	\$
+			<	=	<	<	
*			<	=	<	<	
(	=	=	<		<	<	
)	>	>		>			>
a	>	>		>			>
b	>	>		>			>
\$			<		<	<	

Pilha	Cadeia	Regra
$\$ <$	$(a * b) \$$	Empilha
$\$ < (<$	$a * b) \$$	Empilha
$\$ < (< a >$	$* b) \$$	Reduz
$\$ < (=$	$* b) \$$	Empilha
$\$ < (= * <$	$b) \$$	Empilha
$\$ < (= * < b >$	$) \$$	Reduz
$\$ < (= * =$	$) \$$	Empilha

$S \rightarrow (S + S) \mid (S * S) \mid a \mid b$



❑ **a** terminal do topo da pilha (não terminal ignorado) e **b** o primeiro terminal da cadeia analisada

❑ Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha b**

❑ Se  $a > b$ , então se **procura o lado direito do handle na pilha e o substitui pelo seu lado esquerdo**

❑ O lado direito do *handle* estará delimitado na pilha pelos símbolos  $<$  e  $>$

❑ Os não terminais não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

## ❑ 2. Resposta:

Reconhecendo a cadeia

**(a\*b)**

	+	*	(	)	a	b	\$
+			<	=	<	<	
*			<	=	<	<	
(	=	=	<		<	<	
)	>	>		>			>
a	>	>		>			>
b	>	>		>			>
\$			<		<	<	

Pilha	Cadeia	Regra
\$<	(a*b)\$	Empilha
\$<<	a*b)\$	Empilha
\$<<a>	*b)\$	Reduz
\$<(<=	*b)\$	Empilha
\$<(<=*<	b)\$	Empilha
\$<(<=*<b>	)\$	Reduz
\$<(<=*=<	)\$	Empilha
\$<(<=*=<=)	\$	Reduz

$S \rightarrow (S + S) \mid (S * S) \mid a \mid b$



❑ **a** terminal do topo da pilha (não terminal ignorado) e **b** o primeiro terminal da cadeia analisada

❑ Se  $a < b$  ou  $a = b$ , então se **empilha b**

❑ Se  $a > b$ , então se **procura o lado direito do handle na pilha e o substitui pelo seu lado esquerdo**

❑ O lado direito do *handle* estará delimitado na pilha pelos símbolos  $<$  e  $>$

❑ Os não terminais não precisam aparecer, mas se deve saber que foram produzidos e que seus derivados correspondentes foram consumidos

## ❑ 2. Resposta:

Reconhecendo a cadeia

**(a\*b)**

	+	*	(	)	a	b	\$
+			<	=	<	<	
*			<	=	<	<	
(	=	=	<		<	<	
)	>	>		>			>
a	>	>		>			>
b	>	>		>			>
\$			<		<	<	

Pilha	Cadeia	Regra
\$<	(a*b)\$	Empilha
\$<<	a*b)\$	Empilha
\$<<a>	*b)\$	Reduz
\$<(<=	*b)\$	Empilha
\$<(<=*<	b)\$	Empilha
\$<(<=*<b>	)\$	Reduz
\$<(<=*=<	)\$	Empilha
\$<(<=*=>	\$	Reduz
\$S	\$	<b>Aceita</b>

$S \rightarrow (S + S) \mid (S * S) \mid a \mid b$

# ASA - precedência de operadores

## Exercício

☐ Reconheça a cadeia  $\rightarrow a(a+b)$

	+	*	(	)	a	b	\$
+			<	=	<	<	
*			<	=	<	<	
(	=	=	<		<	<	
)	>	>		>			>
a	>	>		>			>
b	>	>		>			>
\$			<		<	<	

Pilha	Cadeia	Regra
\$	a(a+b)\$	

$S \rightarrow (S + S) \mid (S * S) \mid a \mid b$